

Ejercicios resueltos de interés compuesto

Ya que sabes lo que es el interés compuesto y que ya sabes lo que es una tasa nominal, efectiva y equivalente; entonces es tiempo de resolver algunos ejercicios de interés compuesto. Espero que te sean de utilidad.

Recuerda que para que puedas resolver los siguientes ejercicios, tienes que conocer el funcionamiento del interés compuesto y tienes que conocer lo que son las tasas nominal, efectiva y equivalente.

### **¿Qué es el interés compuesto?**

Una vez que conoces lo que es el interés simple y cómo funciona, es tiempo de que subas de nivel y aprendas sobre el funcionamiento del interés compuesto.

#### Definición de interés compuesto según autores

A continuación, con el objetivo de que empieces a percibir lo que es el interés compuesto, te voy a poner algunas definiciones. Por supuesto, al final podrás ver la bibliografía. Asimismo, antes de pasar a ver lo que es el interés compuesto, tienes que conocer lo que es el interés simple.

#### Definición según Díaz Mata Alfredo y Aguilera

«Es la operación financiera en la que se capitalizan (se incrementa al capital original invertido) los intereses ganados, en periodos previamente acordados, con lo cual, a su vez, generan nuevos intereses»

#### Definición según Héctor Manuel Vidaurri Aguirre

«El interés compuesto se puede definir como la operación financiera en la cual el capital aumenta al final de cada período por adición de los intereses vencidos»

## Definición según Álvarez Arango Alberto

«A diferencia del interés simple, aquí se suman periódicamente los intereses más el capital. Este proceso de sumar los intereses al capital cada vez que se liquidan se llama capitalización, y el periodo utilizado para liquidar los intereses se llama periodo de capitalización»

## ¿Qué es el interés compuesto?

En el interés simple, el capital siempre es el mismo, es decir, **se mantiene constante**. Por otra parte, en el interés compuesto, **el capital va cambiando su valor con el tiempo**. El capital va cambiando debido a que los intereses se van sumando al capital.

## **Explicación con ejemplo**

Para que puedas ir viendo el funcionamiento del interés compuesto, voy a empezar con un ejemplo: supongamos que tenemos \$100 pesos y lo queremos invertir a una tasa del 30% mensual (compuesta).

Para que puedas ir viendo el funcionamiento del interés compuesto, voy a empezar con un ejemplo: supongamos que tenemos \$100 pesos y lo queremos invertir a una tasa del 30% mensual (compuesta).

<b>1 mes</b>	<b><math>100(1 + 0.30 * 1) = 130</math></b>	$M_1 = C(1 + it)$
<b>2 mes</b>	$130(1 + 0.30 * 1) = 169$	$M_2 = C(1 + it)$
<b>3 mes</b>	$169(1 + 0.30 * 1) = 219.7$	$M_3 = C(1 + it)$
<b>4 mes</b>	$219.7(1 + 0.30 * 1) = 285.6$	$M_4 = C(1 + it)$

En la tabla usé la fórmula de monto de interés simple. Lo estoy haciendo así para que puedas relacionar el interés simple con el interés compuesto. Por supuesto, con sus modificaciones correspondientes, por ejemplo, en el tiempo.

Como puedes ver, los intereses se suman al capital y se va generando un nuevo monto cada mes que pasa y se mantendrá así el tiempo que se requiera. Cabe destacar que digo cada mes debido a que es así en este ejemplo, pero, no siempre será cada mes.

Ahora voy a poner una tabla en la que se muestra la forma en que se va comportando el interés compuesto.

$$M1 = C(1 + i)$$

$$M2 = C(1 + i)(1 + i)$$

$$M3 = C(1 + i)(1 + i)(1 + i)$$

$$M4 = C(1 + i)(1 + i)(1 + i)(1 + i)$$

A continuación, voy a sustituir los datos del **ejemplo anterior** para que puedas ver que es verdad.

$$M1 = 100(1 + 0.30) = \mathbf{130}$$

$$M2 = 100(1 + 0.30)(1 + 0.30) = \mathbf{169}$$

$$M3 = 100(1 + 0.30)(1 + 0.30)(1 + 0.30) = \mathbf{219.7}$$

$$M4 = 100(1 + 0.30)(1 + 0.30)(1 + 0.30)(1 + 0.30) = \mathbf{285.6}$$

Lo que quiero que veas de la tabla anterior es que el monto del primer mes se convierte en el capital del segundo mes y el monto del segundo mes se convierte en el capital del tercer mes. Por supuesto, así seguirá hasta que se necesite. En pocas palabras, queda de la siguiente forma:

$$M1 = C(1 + i)$$

$$M2 = M1(1 + i)$$

$$M3 = M2(1 + i)$$

$$M4 = M3(1 + i)$$

Siguiendo esa lógica es cómo podemos simplificar las multiplicaciones quedando con un exponente. La fórmula que obtenemos es la siguiente:


$$M = C(1 + i)^n$$

### **Respuesta del ejemplo con la fórmula de monto en interés compuesto**

Si utilizamos la fórmula de monto que hemos obtenido, la cual es la fórmula que se utiliza en interés compuesto, obtenemos lo siguiente:

$$M = 100(1 + 0.30)^4 = 285.6$$

Como puedes ver, llegamos al mismo resultado que hemos estado obteniendo. Cabe destacar que la  $n$  es el tiempo. En este caso es 4 debido a que son 4 meses lo que se dejó el dinero. Por lo cual, al cabo de 4 meses recibirías \$285.6 pesos si inviertes \$100 a una tasa del 30%.

## Conceptos necesarios

Como ya has podido notar, es necesarios que cuentes con algunas bases para que puedas entender lo que es el interés compuesto. Hay conceptos que ya debes de conocer, debido a que ya deberías de conocer lo que es el interés simple.

Ahora bien, voy a hablar de algunos conceptos que son nuevos y que se van a necesitar para que podamos comenzar a resolver problemas.

### Periodo de capitalización:

Es el periodo convenido para convertir el interés en capital. Por ejemplo, si una operación se capitaliza trimestralmente, quiere decir que cada tres meses los intereses generados se agregan al capital para generar nuevos intereses en los siguientes periodos.

Por supuesto, puede ser el tiempo que se desee, pero comúnmente se manejan:

- Mensualmente.
- Bimestralmente.
- Trimestralmente.
- Semestralmente.
- Anualmente.

Nota: en el ejemplo anterior, era mensualmente.

### Frecuencia de capitalización

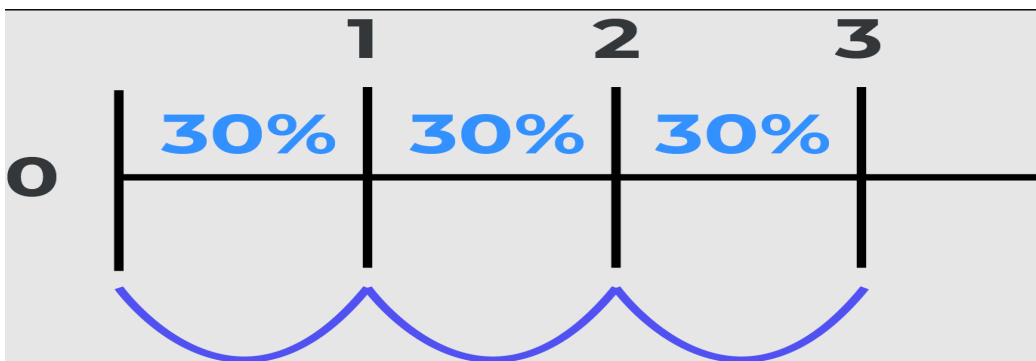
En pocas palabras, es el número de veces que el interés se capitaliza en un año. Por ejemplo, una tasa que capitaliza mensualmente tiene una frecuencia de capitalización de 12. Esto es debido a que un año tiene 12 meses, entonces su frecuencia de capitalización es de 12.

Ahora bien, si fuese bimestralmente, entonces el periodo de capitalización es bimestral (porque cada dos meses se van a sumar intereses) y la frecuencia de capitalización es de 6. Es 6 debido a que un año tiene 6 bimestres.

**¿Cuál sería la frecuencia de capitalización si la tasa capitaliza semestralmente?**

**¿Por qué es importante que sepas el periodo y la frecuencia de capitalización?**

Imagina que le pides prestado dinero a alguien y lo haces a una tasa del 30% mensual. Como ya hemos visto, cada mes se van a generar intereses. Para que veas de una manera más gráfica, voy a ponerte la siguiente imagen.



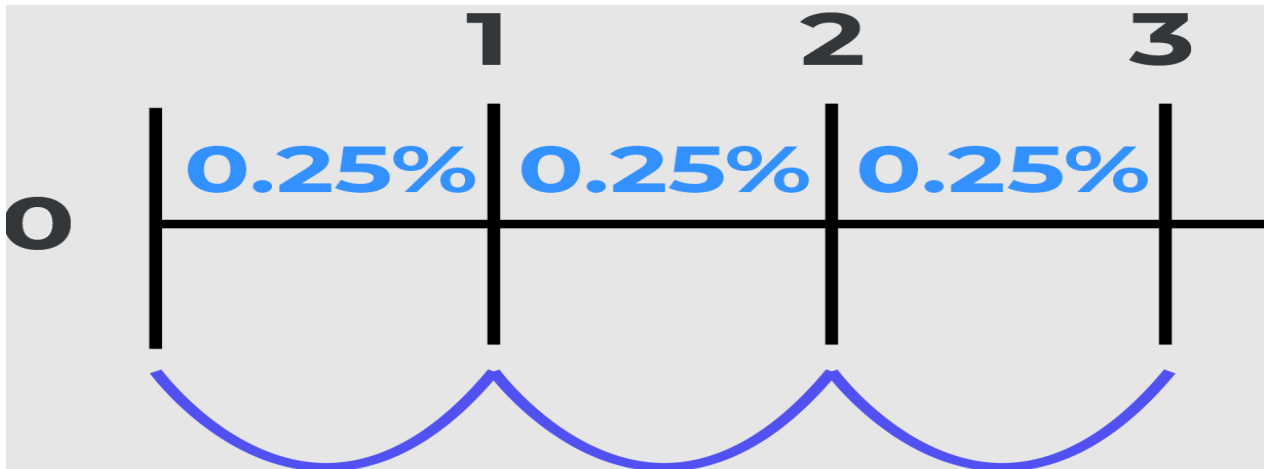
Como ya hemos visto, cada mes se van a generar intereses. En este caso, la tasa es del 30%, sin embargo, no siempre te van a dar una tasa mensual. Por ejemplo, en lugar de ser mensual, te puedo decir que es una tasa del **30% anual que capitaliza mensualmente**.

Tal vez al principio parece ser que es lo mismo, pero no es así. Lo que nos están dando en el segundo ejemplo es una tasa de todo el año, pero que cada mes capitalizará. Si quisiéramos saber cuánto va a capitalizar cada mes, tendríamos que **dividir la tasa entre su «frecuencia de capitalización»**.

En este caso, queda de la siguiente forma:

<b>0.30</b>	<b>La tasa anual que me están dando</b>
<b>12</b>	<b>La frecuencia de capitalización</b>

Por lo cual, la respuesta es: **0.0025** o **0.25%**. Gráficamente se puede ver de la siguiente forma:



Como puedes ver, no es lo mismo una tasa que capitaliza mensualmente a una tasa anual que capitaliza mensualmente. De hecho, muchas veces puedes salir relativamente engañado si no tomas eso en cuenta.

### Nota importante

**Las tasas compuestas pueden ser divididas únicamente entre su propia frecuencia de capitalización.** Por ejemplo, una tasa que capitaliza semestralmente sólo puede ser dividida entre 2, ya que 2 es su frecuencia de capitalización.

Te recomiendo que repases muy bien los conceptos que he mencionado.

Otro aspecto importante que tienes que tomar en cuenta es que **el tiempo y la tasa tienen que estar siempre en la misma nomenclatura**. Tal vez no tenga que recordarte esto, debido a que también es una regla de oro en interés simple, pero no está de más recordarlo.

### Ecuaciones que se usan en interés compuesto

Sé que con la ecuación de monto ya podrías despejar y obtener lo que necesitas, pero aún así te voy a dejar todos los despejes.

#### Ecuación para obtener el monto en interés compuesto

$$M = C(1 + i)^n$$

**Ecuación para obtener el capital en interés compuesto**

$$C = M(1 + i)^{-n}$$

También se puede ver la ecuación como un cociente, pero depende de la forma en que te acomodes.

**Ecuación para obtener la tasa de interés en interés compuesto**

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

**Ecuación para obtener el tiempo en interés compuesto**

$$n = \frac{\log \frac{M}{C}}{\log (1 + i)}$$

**Ejemplo 1 de interés compuesto**

1.- Se depositan \$20,000 en un banco a una tasa de interés del 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto acumulado en tres años?

### **Procedimiento**

Si sustituimos los datos en la ecuación de monto, obtenemos lo siguiente:

$$20000 \left( 1 + \frac{0.18}{12} \right)^{36}$$

Por lo tanto, la respuesta es: **\$34182.79**

### **Consideraciones**

- Cuando obtenemos el monto, lo que estamos haciendo es llevar una cantidad en el tiempo. En el ejemplo, lo que estamos haciendo es llevar los \$20,000 pesos a tres años.
- Como es una tasa anual que capitaliza mensualmente, necesitamos encontrar lo que me van a estar dando por mes, por lo cual, se va a dividir la tasa (18%) entre su frecuencia de capitalización (12). Por eso se divide 0.18 entre 12.
- Se pone 36 y no 3 debido a que el tiempo se refiere a las veces que capitaliza mi tasa en el periodo que estoy buscando. Al ser tres años, una tasa mensual capitaliza 36 veces (12 x 3).

### **Ejemplo 2 de interés compuesto**

Se contrató un préstamo bancario por \$150,000 pesos. El plazo es de tres años. La tasa de interés es del 20% anual convertible semestralmente ¿Cuál es la cantidad que deberá liquidarse si se decide cancelarlo en forma anticipada a los 15 meses?

### **Procedimiento**

$$150000 \left( 1 + \frac{0.20}{2} \right)^{2.5}$$

La respuesta es: **190,358.805**



## Explicación

- La tasa se divide entre 2 debido a que la frecuencia de capitalización es 2 (un año tiene 2 semestres).
- la  $n$  es igual a 2.5 debido a que tienes que recordar que  $n$  (tiempo) es igual a las veces que la tasa capitaliza en el periodo. Para encontrarlo de manera sencilla, tienes que dividir 15 entre 6. Esto es igual a 2.5.

Una vez que ya lo sabes, puedes continuar con el artículo. Asimismo, yo te recomiendo que intentes resolver los ejercicios tú mismo y que luego compares las respuestas. En el artículo que te sugerí anteriormente podrás encontrar las diferentes fórmulas de interés compuesto, sin embargo, considero que puede serte de utilidad tener una especie de formulario. Por lo cual, para que se te haga un poco más fácil resolver los ejercicios de interés compuesto, entonces te voy a dejar una imagen con todas las ecuaciones que vas a necesitar.

# Ecuaciones de interés compuesto

Concepto	Ecuación
Interés	$I = M - C$
Monto	$M = C(1 + i)^n$
Capital	$C = M(1 + i)^{-n}$
Tasa de interés	$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$
Tiempo	$n = \frac{\log \frac{M}{C}}{\log (1 + i)}$

## Ejercicios

Ahora sí vamos a empezar a empezar con los ejercicios resueltos de interés compuesto. A continuación, te voy a dejar 10 ejercicios resueltos de interés compuesto para que puedas practicar.

Espero que te sean de utilidad y recuerda que puedes dejarme tus dudas en los comentarios.

### **Ejercicio 1 de interés compuesto**

Emmanuel quiere comprar una casa que cuesta \$1,000,000. Si le pidieron que entregue 50% de anticipo y 50% en un plazo de dos años, al término de la construcción y entrega del inmueble. ¿Cuánto dinero tiene que depositar en el banco en este momento para poder garantizar la liquidación de su adeudo en el plazo correspondiente? Considera que la tasa de interés es del 10% anual capitalizable mensualmente.

### **Solución del ejercicio 1**

Bueno, el problema nos está diciendo que Emmanuel quiere invertir hoy una cantidad  $x$  en el banco, la cual deberá de generarle intereses y con los cuales podrá liquidar su adeudo en 2 años. Es decir, va a invertir hoy una cantidad de dinero y lo dejará ahí por dos años. Cuando tenga que pagar el dinero, (en 2 años) únicamente tendrá que retirar su dinero y pagar la deuda.

Ahora bien, sabemos que en 2 años tenemos que pagar \$500,000. Esto es debido a que es el 50% de la cantidad acordada. Si queremos conocer lo que tenemos que invertir hoy para que en dos años podamos recibir \$500,000. Entonces, vamos a utilizar la ecuación de capital.

La ecuación de capital es la siguiente:

$$C = M(1 + i)^{-n}$$

Ahora, vamos a sustituir los datos que tenemos en la ecuación de capital:

$$C = \frac{500,000}{\left(1 + \frac{0.1}{12}\right)^{24}}$$

Por lo cual, el resultado es: **\$409,704.77**

De tal forma que si hoy voy al banco e invierto \$409,704.77 pesos a una tasa de interés del 10% anual capitalizable mensualmente por 2 años, entonces, voy a ser capaz de obtener \$500,000 pesos.

Cabe destacar que las dos ecuaciones son iguales y la puse porque puedes encontrar ambas formas en los libros. Puedes sustituir los datos en la primera ecuación y verás que el resultado es el mismo.

**Nota:** Si quieres comprobar que realmente es la cantidad que deseas, puedes utilizar la ecuación de monto. Utilizando como **capital los \$409,704.77**. Asimismo, tienes que tomar en cuenta que no estoy utilizando todos los decimales. **Si quieres que tu resultado sea exacto, entonces, tienes que tomar todos los decimales.**

## Ejercicio 2 de interés compuesto

¿Cuánto producirá de interés un capital de \$10,000 impuesto al 9% semestral en 5 años?

### Solución del ejercicio 2

En primer lugar, tienes que recordar que **el interés es igual al monto menos el capital**. Ahora bien, ya tenemos el capital, (10,000) por lo cual, tenemos que sacar el monto. La ecuación de monto es la siguiente:

$$M = C(1 + i)^n$$

Tengo que decir que es un ejercicio sencillo, pero tiene una pequeña trampa. Esto lo digo debido a que la tasa es semestral y el tiempo está en años. Aquí puedes usar lo que aprendiste de tasas y encontrar la tasa equivalente a un año. Si haces eso puedes utilizar el tiempo (n) como 5.

También puedes dejar la tasa como está y utilizar la n en semestres. Tú decides la forma en que deseas resolverlo. Por supuesto, puedes hacerlo de ambas formas para que puedas comprobar que te da el mismo resultado.

10 semestres son igual a 5 años

$$M = 10,000 (1 + 0.09)^{10}$$

El resultado es: **23,673.636**

Por último, lo que tenemos que hacer es restar el capital al monto, es decir,  $23,673.636 - 10,000 = \mathbf{\$13,673.636}$ . Ese es el interés que se va a producir en 5 años.

### Ejercicio 3 de interés compuesto

¿Qué interés producirá un capital de \$25,000 al 36% anual en 4 años?

#### Solución del ejercicio 3

En este caso, sí podemos utilizar la ecuación de monto sin tener que utilizar una tasa equivalente o modificar el tiempo.

$$M = 25,000 (1 + 0.36)^4$$

El resultado es: **85,525.50**

El interés es igual a  $85,525.5 - 25,000 = \mathbf{60,525.50}$

### Ejercicio 4 de interés compuesto

¿Qué interés producirá un capital de \$25,000 al 16.619% semestral en 4 años?

#### Solución del ejercicio 4

Yo sé que es muy similar al anterior, pero esa es la intención. Esto es debido a que quiero que veas que las dos tasas que se manejan son equivalentes.

Hay 8 semestres en 4 años.

$$M = 25,000 (1 + 0.16619)^8$$

El resultado es: **85,525.28**. Por cierto, yo sé que sale .28 y no .50. Esto es porque no se usaron todos los decimales. Cuando se saca la tasa equivalente con todos los decimales, sale: **0.166190379**. **Si utilizas esa tasa, sí vas a obtener el mismo resultado.**

Por último, se tiene que hacer la resta:  $85,525.28 - 25,000 = \mathbf{60,525.28}$ . Por supuesto, si utilizas todos los decimales de la tasa, entonces, la resta será de  $85,525.50 - 25,000 = \mathbf{60,525.50}$

**Nota:** como puedes ver, las tasas equivalentes te dan un monto igual. Además, es importante que veas que si no utilizas todos los decimales, tu resultado no va a ser muy exacto.

### Ejercicio 5 de interés compuesto

Encuentre la tasa de un monto de \$67,614.74, producido por un capital de \$16,842.32 en 4 años.

#### Solución del ejercicio 5

Ya que nos están pidiendo encontrar la tasa, entonces, vamos a utilizar la ecuación de tasa. La ecuación de tasa es la siguiente:

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

Si sustituimos los datos, tenemos lo siguiente:

$$i = \sqrt[4]{\frac{67,614.74}{16,842.32}} - 1$$

El resultado es de: **41.5499%**



### Ejercicio 6 de interés compuesto

Se desea saber el tiempo de una inversión, si como capital se impusieron \$70,000 al 30% anual y originó un monto de \$259,905.10.

#### Solución del ejercicio 6

En este caso nos están pidiendo el tiempo, por lo cual, tenemos que utilizar la ecuación del tiempo en interés compuesto:

$$n = \frac{\log \frac{M}{C}}{\log (1 + i)}$$

Sustituyendo los datos en la ecuación del tiempo nos queda lo siguiente:

$$n = \frac{\log \left( \frac{259,905.10.}{70,000} \right)}{\log (1 + 0.3)}$$

La respuesta es: **5 años.**

## **Ejercicio 7**

Supongamos que tenemos una inversión inicial de \$10,000 con una tasa de interés anual del 5%. ¿Cuál será el valor de la inversión después de 3 años, si el interés se capitaliza mensualmente?

### **Solución del ejercicio 7**

Primero, debemos recordar que la tasa que nos están dando es una tasa anual que capitaliza mensualmente. Por lo cual, no podemos poner 0.05 en la ecuación. Lo que hay que hacer es dividir 0.05 entre 12 (porque un año tiene 12 meses).

Ahora bien, ya que este ejercicio nos está pidiendo calcular el monto, entonces vamos a usar la ecuación para encontrar el monto en interés compuesto, la cual es:

$$\mathbf{M = C(1+i)^n}$$

Al sustituir los valores en la ecuación obtenemos lo siguiente:

$$M = 10,000*(1+0.05/12)^{36}$$

$$\mathbf{M = \$11,614.72}$$

Por lo tanto, el valor de la inversión después de 3 años sería de **\$11,614.72**

### **Ejercicio 8**

Supongamos que queremos tener \$15,000 dentro de 5 años y nos dicen que podemos obtener una tasa de interés anual del 7%, capitalizada mensualmente. ¿Cuál es la cantidad de dinero que debemos invertir hoy?

#### **Solución del ejercicio 8**

En este ejercicio nos están pidiendo que encontremos el capital. Por lo cual, lo que tenemos que hacer es utilizar la fórmula de capital en interés compuesto. La ecuación es la siguiente:

$$\mathbf{C = M/(1+i)^{(n)}}$$

Si sustituimos los datos obtenemos lo siguiente:

- **$C = 15000/(1+0.07/12)^{(60)}$**
- **$C = 10581.07$**

Por lo tanto, debemos invertir **\$10581.07** hoy para obtener \$15,000 dentro de 5 años.

### **Ejercicio 9**

Supongamos que invertimos \$5,000 a una tasa de interés anual del 8%. Si queremos que nuestra inversión crezca a \$10,000, ¿cuántos años debemos esperar?

#### Solución del ejercicio 9

Ya que claramente nos están pidiendo que encontremos el tiempo, vamos a utilizar la fórmula para calcular el tiempo en interés compuesto, la cual es la siguiente:

$$n = \log (M/C) / \log (1 + i)$$

Si sustituimos los datos obtenemos lo siguiente:

- **$n = \log (1000/5000) / \log (1 + 0.08)$**
- = 9.0064 años.

Por lo tanto, debemos esperar aproximadamente 9 años para que nuestra inversión crezca a \$10,000.

### **Ejercicio 10**

Supongamos que invertimos \$10,000 durante 5 años y obtenemos \$15,000 al final del plazo. ¿Cuál fue la tasa de interés anual que obtuvimos?

#### Solución del ejercicio 10

Ya que nos están pidiendo que encontremos la tasa de interés, entonces vamos a usar la ecuación para calcular la tasa de interés en interés compuesto.

¿Cuál es la respuesta al ejercicio anterior?

La respuesta es: **0.0844717712 o el 8.4471%**

