OBJETIVO 6

Aplicar las leyes de Newton a la dinámica del movimiento circular

En el objetivo 5 se presentaron las leyes de movimiento de Newton y se aplicaron a situaciones que implican movimiento lineal. Ahora se aplicarán las leyes de Newton a objetos que viajan en trayectorias circulares.

Segunda Ley de Newton

En el objetivo 4 se encontró que una partícula en movimiento circular uniforme, en el que una partícula se traslada con una rapidez constante v en una trayectoria circular de radio r. La partícula experimenta una aceleración que tiene una magnitud

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

La aceleración se llama **aceleración centrípeta** porque $\boldsymbol{a_r}$ se dirige hacia el centro del círculo. Además, $\boldsymbol{a_r}$ siempre es perpendicular a **v**.

Ahora se incorpora el concepto de fuerza en la partícula en el modelo de movimiento circular uniforme. Examine una bola de masa **m** que se amarra a una cuerda de longitud **r** para hacerla girar con rapidez constante en una trayectoria circular horizontal, como se ilustra en la figura 1.

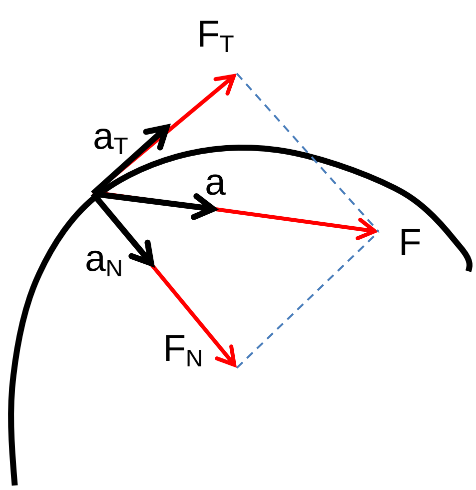


Fig. 1 Masa que se mueve en una trayectoria circular. Cuando la fuerza que actúa sobre una partícula que se mueve circular tiene una componente tangencial F_T la rapidez de la partícula cambia. En este caso la fuerza total es el vector suma de las fuerzas radial y tangencial. Esto es, $\mathbf{F} = \mathbf{F_N} + \mathbf{F_T}$

Su peso se sostiene mediante una mesa sin fricción. ¿Por qué la bola se traslada en un círculo? De acuerdo con la primera ley de Newton, la bola se movería en una línea recta si no hubiese fuerza en ella; sin embargo, la cuerda evita el movimiento a lo largo de una línea recta al ejercer en la bola una fuerza radial $\mathbf{F_r}$ que la hace seguir la trayectoria circular. Esta fuerza se dirige a lo largo de la cuerda hacia el centro del círculo, como se muestra en la figura 1. Si se aplica la segunda ley de Newton a lo largo de la dirección radial, la fuerza neta que causa la aceleración centrípeta se relaciona con la aceleración del modo siguiente:

$$\sum F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r}$$

Una fuerza que provoca una aceleración centrípeta actúa hacia el centro de la trayectoria circular y causa un cambio en la dirección del vector velocidad.

En el objetivo 4 se encontró que si una partícula se mueve con rapidez variable en una trayectoria circular, existe, además de la componente radial de aceleración, una componente tangencial que tiene magnitud dv/dt . En consecuencia, la fuerza que actúa sobre la partícula también debe tener una componente tangencial y radial. Ya que la aceleración total es

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

A la fuerza total que se ejerce sobre la partícula es,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m(\vec{a}_N + \vec{a}_T)$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_N + m\vec{a}_T$$

$$\vec{F} = \vec{F}_N + \vec{F}_T$$

como se muestra en la figura 1. (Las fuerzas radial y tangencial se expresan como fuerzas netas con la notación suma porque cada fuerza podría consistir en múltiples fuerzas que se combinan.) El vector $\mathbf{F_N}$ se dirige hacia el centro del círculo y es responsable de la aceleración centrípeta. El $\mathbf{F_T}$ es tangente al círculo es responsable de la aceleración tangencial, que representa un cambio en la rapidez de la partícula con el tiempo

$$F_T = ma_T$$

$$F_N = ma_N$$

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

$$F_T = ma_T = m\frac{dv}{dt}$$

$$F_N = ma_N = m\frac{v^2}{r}$$

Para el movimiento circular

$$\rho = radio$$

$$F_N = ma_N = m\frac{v^2}{r}$$

$\vec{F}_N = m\omega^2 r$ (Movimiento circular uniforme)

Ejemplo

12.- Una cuerda ligera puede sostener una carga estacionaria colgada de 25.0 kg antes de romperse. Una masa de 3.00 kg unido a la cuerda está girando sobre una mesa horizontal sin fricción en un círculo de 0.800 m de radio, y el otro extremo de la cuerda se mantiene fijo. ¿Cuál es el rango de rapidez que puede adquirir la masa antes de que la cuerda se rompa?

<u>Datos</u>

m1 = 25 Kg

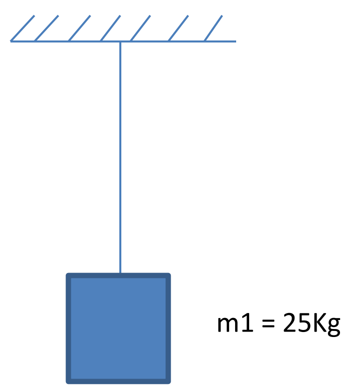
m2 = 3Kg

r = 0,800m

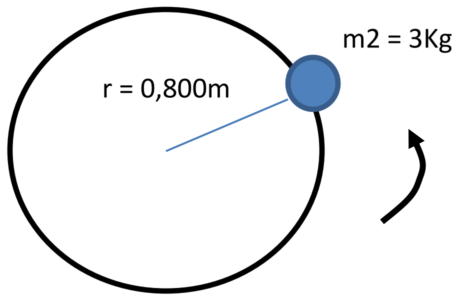
Vmáx = ?

$F_{máx} = 25Kg.9{,}8\,m/s^2$

$F_{máx} = 245N$



Para la m2 = 3Kg para calcular rapidez máxima antes que se rompa la cuerda utilizamos la Fmáx que se rompió la cuerda en estado estacionario.



$$F_N = ma_N = m\frac{v^2}{r}$$

$$F_{máx} = m\frac{v^2{}_{máx}}{r}$$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{r.F_{máx}}{m}}$$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{(0{,}800m)(245N)}{3Kg}}$$

$$\boldsymbol{v_{máx} = 8,08\ m/s}$$

13.- Examine un péndulo cónico (figura) con una plomada de 80.0 kg en un alambre de 10.0 m que forma un ángulo θ = 5.00° con la vertical. Determine a) las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce el alambre en el péndulo y b) la aceleración radial de la plomada.

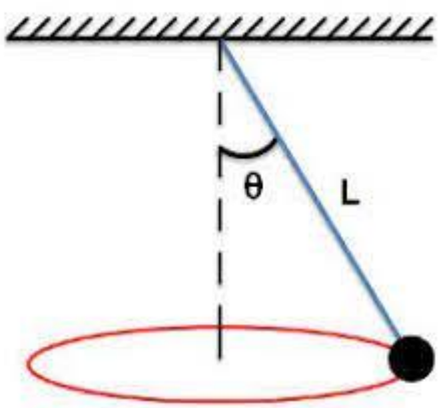
<u>Datos:</u>

m = 80Kg

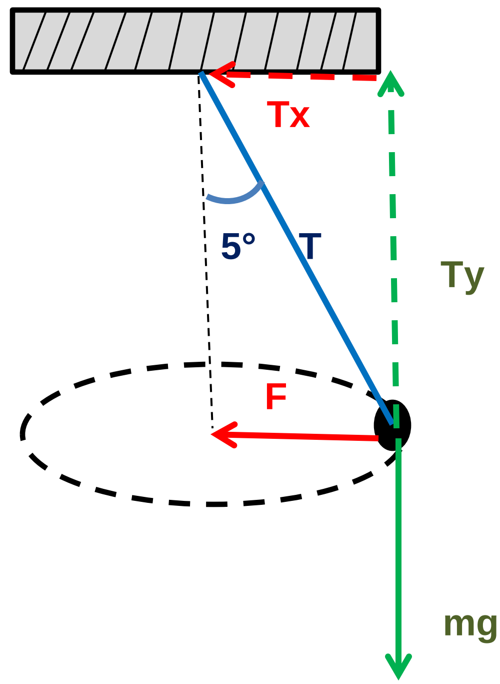
L = 10m

θ = 5°

r = L.senθ



D.C.L. (Diagrama de cuerpo libre)



<u>Para el eje y</u>

$$\sum F_y = T_y - P = 0$$

$$Tcos\theta - P = 0 \rightarrow \boldsymbol{P = Tcos\theta}$$

$$T = \frac{P}{cos\theta} \rightarrow \boldsymbol{T = \frac{mg}{cos\theta}}$$

<u>Para el eje x</u>

$$\sum F_x = T_x + F = 0$$

$$Tsen\theta = F \rightarrow F = m\omega^2 r$$

$$\boldsymbol{Tsen\theta = m\omega^2 Lsen\theta}$$

Cancelamos senθ

$$\boldsymbol{mw^2 L = T}$$

Sustituyo T

$$m\omega^2 L = \frac{mg}{cos\theta}$$

Eliminamos **m**

$$\omega^2 L = \frac{g}{cos\theta}$$

Despejamos **w**

$$w = \sqrt{\frac{g}{Lcos\theta}}$$

Calculamos la tensión

$$T = \frac{mg}{cos\theta} = \frac{80Kg.9{,}8\,m/s^2}{cos5°} = \boldsymbol{T = 786{,}99N}$$

Se calcula la velocidad angular

$$w = \sqrt{\frac{9{,}8\,m/s^2}{10m.cos5°}} = \boldsymbol{w = 0{,}983s^{-1}}$$

Se calcula la fuerza centrifuga

$$F = m\omega^2 r = (80Kg)(0{,}983s^{-1})^2(10m)sen5°$$

$$\boldsymbol{F = 67{,}37N}$$

Calcular la aceleración centrifuga o radial

$$a_N = r\omega^2$$

$$a_N = Lsen\theta\left(\sqrt{\frac{g}{Lcos\theta}}\right)^2$$

$$a_C = Lsen\theta.\frac{g}{Lcos\theta}$$

$$a_C = g.tan\theta = 9{,}8\,m/s^2.tan5°$$

$$\boldsymbol{a_N = 0{,}857\,m/s^2}$$