

Interés compuesto. Teoría y práctica

El interés es la cantidad que se paga o se cobra, según el caso, por el uso del dinero. Intervienen tres factores importantes en el cálculo del interés, estos son, el capital, la tasa de interés y el tiempo. Verás cada uno de ellos con más detalle durante el artículo.

Podemos diferenciar entre interés simple e interés compuesto. En este artículo vamos a ver el interés compuesto.

El **interés compuesto** consiste en calcular el **interés sobre el capital inicial** y también el interés de los intereses acumulados de períodos anteriores de un depósito o préstamo. El interés compuesto se puede considerar como **» intereses sobre intereses»**, y hará que un depósito o préstamo crezca a un ritmo más rápido que el interés simple, que es un interés calculado sólo sobre la cantidad principal.

Por otro lado, el interés compuesto se aplica tanto a los préstamos como a las cuentas de depósito.

La velocidad a la que el interés compuesto se acumula depende de la frecuencia de la capitalización; cuanto mayor es el número de períodos de capitalización, mayor es el interés compuesto. Es decir, el importe de los intereses compuestos que se devengan de 100€ invertido a un 10% anual es menor que si invertimos 100€ al 5% semestral durante el mismo período de tiempo.

Diferencias entre interés simple e interés compuesto

Imagina que inviertes 10.000€ al 8% de interés simple. Esto significa que cuando haya pasado un año se agregan 800€ a la cuenta. En el segundo año se generan otros 800€ en intereses, y lo mismo ocurre con el tercer año, el cuarto año y así sucesivamente.

Si en lugar de interés simple, la inversión es al 8% de interés compuesto, no hay diferencia en los intereses percibidos el primer año, pero diferente para el resto. El primer año se reciben 800€ como lo sucede con el interés simple. Sin embargo, es a partir del segundo año donde comienza a ser diferente. En el segundo año, el interés del 8% se calcula sobre el nuevo saldo 10.800€, no solo sobre los 10.000€ originales. Esto genera unos intereses para el segundo año de 864€, que luego se agrega al principal al calcular los intereses para el tercer año.

¿Cuál es la fórmula del interés compuesto?

La tasa de interés compuesto se expresa normalmente como un porcentaje.

Desempeña un papel importante en la determinación de la cantidad de intereses sobre un préstamo o inversión.

La cantidad de interés que se paga o se cobra depende de tres cantidades importantes: **El capital, la tasa de interés y el tiempo**, que explicaremos a continuación con un ejemplo.

La Fórmula del interés compuesto es:

$$I = Co \cdot \left(\left(1 + \frac{i}{100} \right)^n - 1 \right)$$

El **capital inicial** (Co), es la cantidad de dinero que se invierte o que se presta.
La **tasa de interés** (i), es la cantidad de interés expresado en tanto por ciento por unidad de tiempo.

El **tiempo** (n), es el tiempo que transcurre entre el momento de la inversión o préstamo y la devolución o pago.

Recuerda que el tiempo se debe expresar en las mismas unidades que la tasa de interés.

También puedes usar esta otra fórmula, cuando tengas los datos.

$$I = \text{Capital final} - \text{Capital inicial}$$

¿Cómo se calcula el capital final en interés compuesto?

$$C_n = Co \cdot (1 + i)^n$$

1.-Cual es el capital final d 125.000 euros que generan unos intereses de 105.000 euros después de 3 años

Identificamos los datos:

$$C = 125.000\text{€}$$

$$i = 10\%$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$C_n?$$

Sustituimos los datos en la fórmula para calcular el capital final.

$$C_n = 125.000 \cdot (1+0,1)^3 = 166.375\text{€}$$

El capital final que se obtiene al invertir 125.000€ durante 3 años con una tasa de interés del 10% es de 166.375€.

¿Cómo se calcula el tiempo en interés compuesto?

Con frecuencia necesitamos calcular el tiempo que tiene que estar una cantidad invertida para que produzca un determinado interés.

$$n = \frac{\log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\log(1 + i)}$$

2.-¿Cuánto tiempo tiene que estar un capital de 250.000€ a una tasa de interés del 2,5% anual para que se convierta en 320.000€?

Identificamos los datos:

$$C_0 = 250.000€$$

$$C_n = 320.000€$$

$$i = 2,5\%$$

Sustituimos los datos en la fórmula para calcular el tiempo.

$$n = \frac{\log\left(\frac{320.000}{250.000}\right)}{\log(1 + 0,025)}$$

$$n = 9,99 \text{ años.}$$

El tiempo que hay que invertir 250.000€ para que se conviertan en 320.000€ a una tasa de interés anual del 2,5% son 9,99 años.

¿Cómo se calcula la tasa de interés en interés compuesto?

Al igual que ocurre con el tiempo, en ocasiones necesitamos saber la tasa a la que debemos imponer un cierto capital, para que al final de un periodo consigamos un determinado capital final o unos intereses determinados.

$$i = \sqrt[n]{\frac{Cn}{Co}} - 1$$

3.-¿Qué tasa de interés ha tenido una inversión de 200.000€ si al final de 5 años ha recibido 350.000€?

Identificamos los datos:

$$Co = 200.000€$$

$$Cn = 350.000€$$

$$n = 5 \text{ años}$$

Sustituimos los datos en la fórmula para calcular la tasa de interés.

$$i = \sqrt[5]{\frac{350.000}{200.000}} - 1$$

$$i = 0,1184 \cdot 100 = 11,84\% \text{ anual}$$

La tasa de interés a la que hay que invertir 200.000€ para que dentro de 5 años nos dé un capital final de 350.000€ es de 11,84%.

¿Cómo se calcula el capital inicial o valor presente en interés compuesto?

Para calcular el capital inicial de una inversión o un préstamo cuando no sabemos su importe, utilizamos la siguiente fórmula.

$$Co = \frac{Cn}{(1 + i)^n}$$

4.-¿Cuál es el capital inicial que al 10,5% anual durante 10 años produce un capital final de 5.000€?

Identificamos los datos:

$$C_n = 5.000\text{€}$$

$$n = 10 \text{ años}$$

$$i = 10,5\%$$

Sustituimos los datos en la fórmula para calcular el capital inicial.

$$C_0 = \frac{5.000}{(1 + 0,105)^{10}}$$

$$C_0 = 1.842,24\text{€}$$

El capital inicial que al 10,5% anual durante 10 años produce un capital final de 5.000€ es de 1.842,24€.

Fórmula del interés compuesto en días meses y años. Equivalencias fórmula del interés compuesto

Estas fórmulas están muy bien si la tasa de interés y el tiempo están expresados en la misma unidad, es decir, si el interés es anual y el tiempo está expresado en años. Pero, ¿qué ocurre cuando no coinciden? en ese caso tienes que usar la siguiente fórmula.

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

Supongamos que estas invirtiendo 20.000€ al 1,5% de interés compuesto trimestral, durante 20 años. En este caso lo primero que tenemos hacer es pasar los años a trimestres. N serían 80 trimestres, ya que 1 año tiene 4 trimestres. A partir de esta información, podemos calcular el valor final de la inversión después de 20 años.

$$C_n = 20.000(1+0,015)^{80} = 65.813,26\text{€}$$

Vamos a invertir 5.000€ en una entidad financiera que nos remunera el capital al 12% nominal y nos da a elegir el intervalo de tiempo en el que queremos que nos liquide los intereses, ¿cuál elegiríamos?

- a) Meses
- b) Trimestres
- c) Semestres
- d) Años

Para saber que intervalo de tiempo nos conviene, vamos a aplicar la fórmula de los tantos equivalentes:

$$\text{Meses} \rightarrow i = (1 + 0,12/12)^{12} - 1 = 12,68\%$$

$$\text{Trimestres} \rightarrow i = (1 + 0,12/4)^4 - 1 = 12,55\%$$

$$\text{Semestres} \rightarrow i = (1 + 0,12/2)^2 - 1 = 12,36\%$$

$$\text{Años} \rightarrow i = (1 + 0,12) - 1 = 12\%$$

Si observamos los resultados obtenidos comprobamos, que partiendo de un mismo tanto nominal, obtenemos un tanto anual equivalente distinto en cada caso. De forma que, cuanto más corto sea el periodo de liquidación mayor TAE conseguimos.

Por tanto, la pregunta que nos hacíamos en el enunciado de este ejemplo es fácilmente contestable: a igualdad de tanto nominal, siempre preferimos invertir en aquellos que liquiden intereses con mayor frecuencia, es decir elegimos por meses.

Ejercicios del cálculo de interés en capitalización compuesta (o interés compuesto)
La mejor manera de comprobar si te ha quedado claro es hacer estos ejercicios por tu cuenta antes de mirar las respuestas.

1. Invertimos 3.000€ durante 5 años al 0,35% de interés compuesto. mensual.

- ¿Cuánto habrá en la cuenta al final de los 5 años?
- ¿Cuánto interés se ha ganado?
-

Respuesta ejercicio 1:

$C_0 = 3.000\text{€}$, $n = 5$ años $i = 0,35\%$ mensual

$$C_n = 3.000(1+0,0035)^{60} = 3.699,68\text{€}$$

Pasados 5 años los 3.000€ invertidos se convierten en 3.699,68€

$$I = 3.699,68\text{€} - 3.000\text{€} = 699,68\text{€}$$

2. Invertimos 5.000€ en un depósito durante 18 meses pagando el 1,3% compuesto trimestral.

- ¿Cuál es el valor final?
- ¿Cuál es el importe del interés generado?

Respuesta ejercicio 2:

$C_0 = 5.000\text{€}$, $n = 18$ meses, $i = 1,3\%$ trimestral

$$C_n = 5.000(1+0,013)^6 = 5.402,90\text{€}$$

$$I = 5.402,90\text{€} - 5.000\text{€} = 402,90\text{€}$$

3. Calcula el montante compuesto y el interés compuesto sobre el capital prestado 20.000€ al 6 % compuesto anual durante 3 años.

$C_0 = 20000\text{€}$, $i = 6\%$, $n = 3$

Utilizando la fórmula

$$20.000 \times (1+0,06)^3 = 23.820,32\text{€}$$

$$\text{El interés compuesto} = 23820,32\text{€} - 20000\text{€} = 3.820,32\text{€}$$

4. Encuentra el capital final, que se obtiene a partir de un capital inicial de 2000€ a un interés compuesto trimestralmente del 6% durante 5 años.

Respuesta ejercicio 4

Capital inicial = 2.000, $i = 6\%$; $n = 5 \times 4 = 20$ trimestres

$$2.000 \cdot (1 + 0,06)^{20} = 6414,27\text{€}$$

$$\text{El interés compuesto} = 6414,27\text{€} - 2000\text{€} = 4414,27\text{€}$$