

# INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

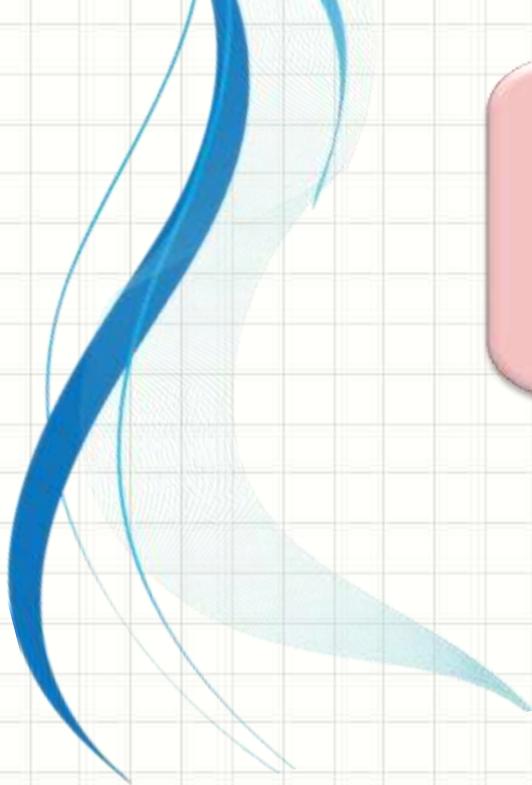
## Análisis de Sensibilidad

- MILAGROS COVA

# SENSIBILIDAD

- Si CAMBIAN LAS CONDICIONES
  - Costos de los materiales o en la mano de obra
  - Precio de un producto
  - Demoras en los envíos de los proveedores
  - Huelgas
  - Deterioros no previstos

Entonces....



**Cambios en los  
coeficientes de la  
función objetivo**

**ANÁLISIS  
DE  
SENSIBILIDAD**

**Cambios en los  
coeficientes  
tecnológicos**

**Cambios en la  
disponibilidad de  
recursos**

# SENSIBILIDAD (Función objetivo)

$$\text{Max } Z: 3X_1 + 2X_2$$

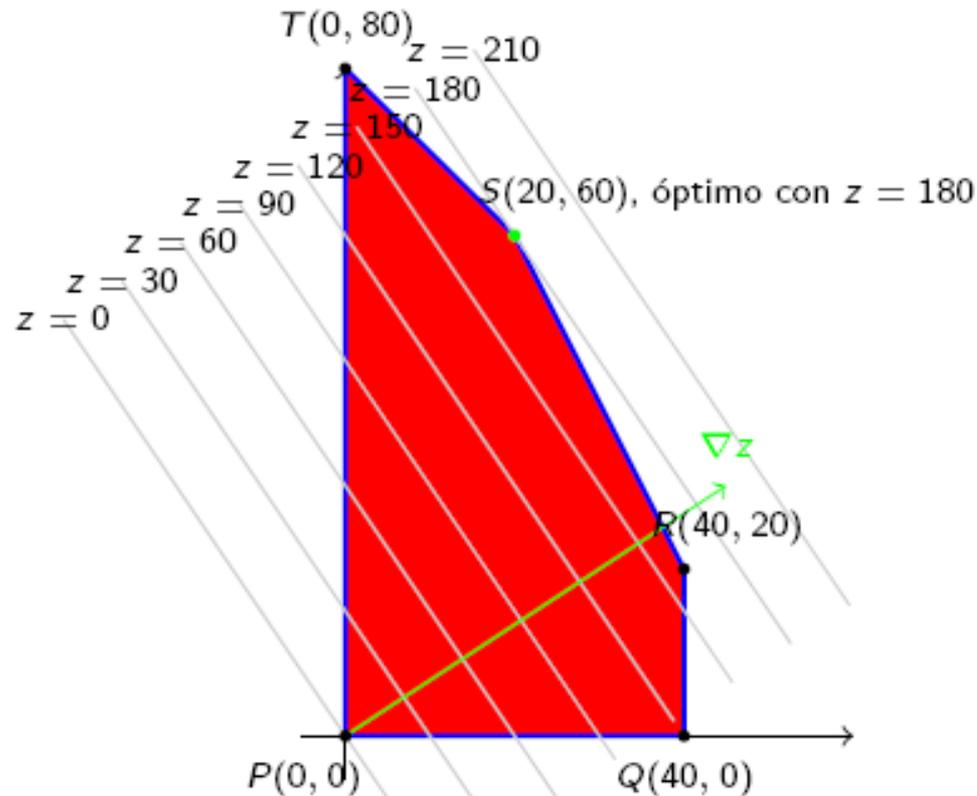
Sujeto a:

$$2X_1 + X_2 \leq 100$$

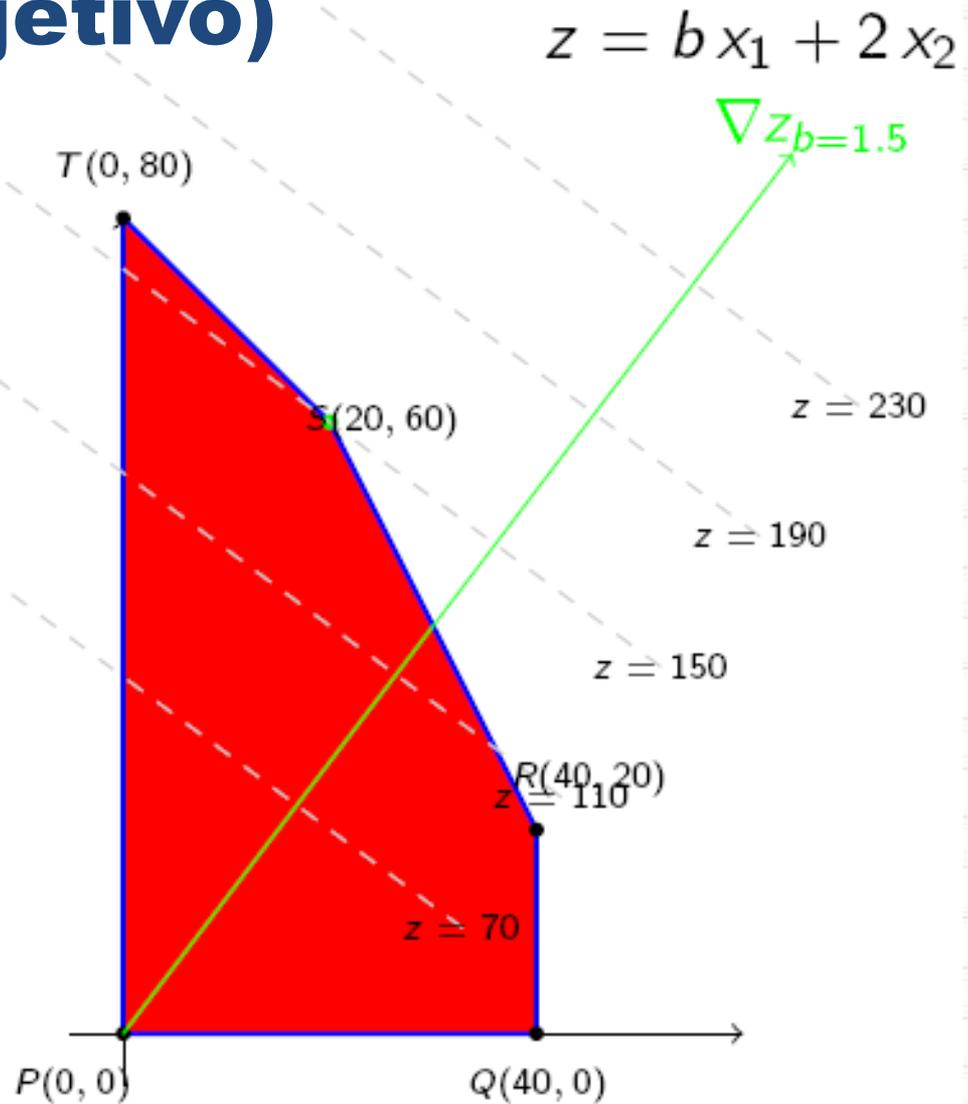
$$X_1 + X_2 \leq 80$$

$$X_1 \leq 40$$

$$X_j \geq 0, j = 1, 2. \quad (\text{Resultados positivos})$$

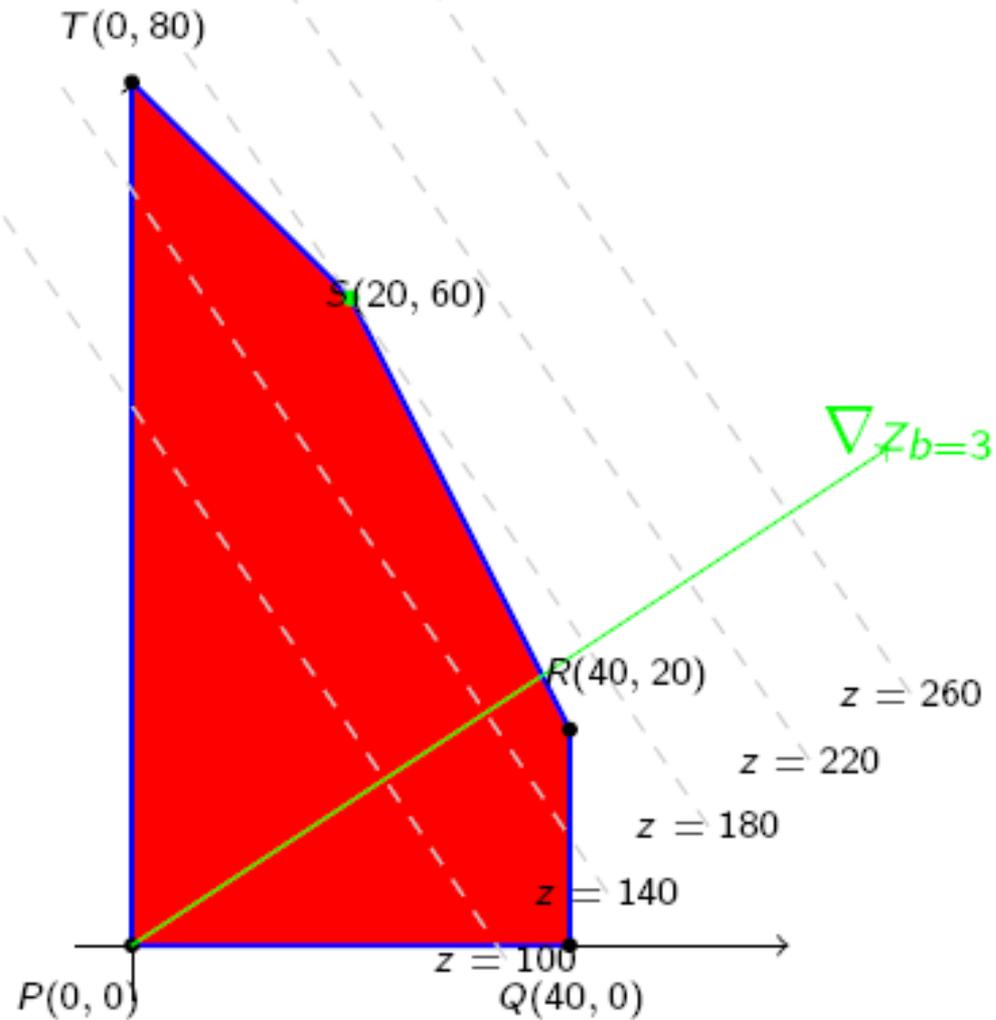


# SENSIBILIDAD (Función objetivo)



# SENSIBILIDAD (Función objetivo)

$$z = b x_1 + 2 x_2$$



# **SENSIBILIDAD**

## **(Función objetivo)**

- **LÍMITES PERMISIBLES**
  - El Incremento Permitido y el Decremento Permitido indican los límites del Intervalo Permitido para permanecer en la misma solución óptima, para cada uno de los coeficientes  $C_1$  y  $C_2$
- **RANGO VARIABILIDAD**
  - La variación en el valor de la función objetivo puede calcularse: multiplicando este in(de)cremento por el valor que tiene la variable  $i$ . El nuevo valor de la F.O. se obtiene sumando tal incremento al valor del óptimo anterior.

# SENSIBILIDAD

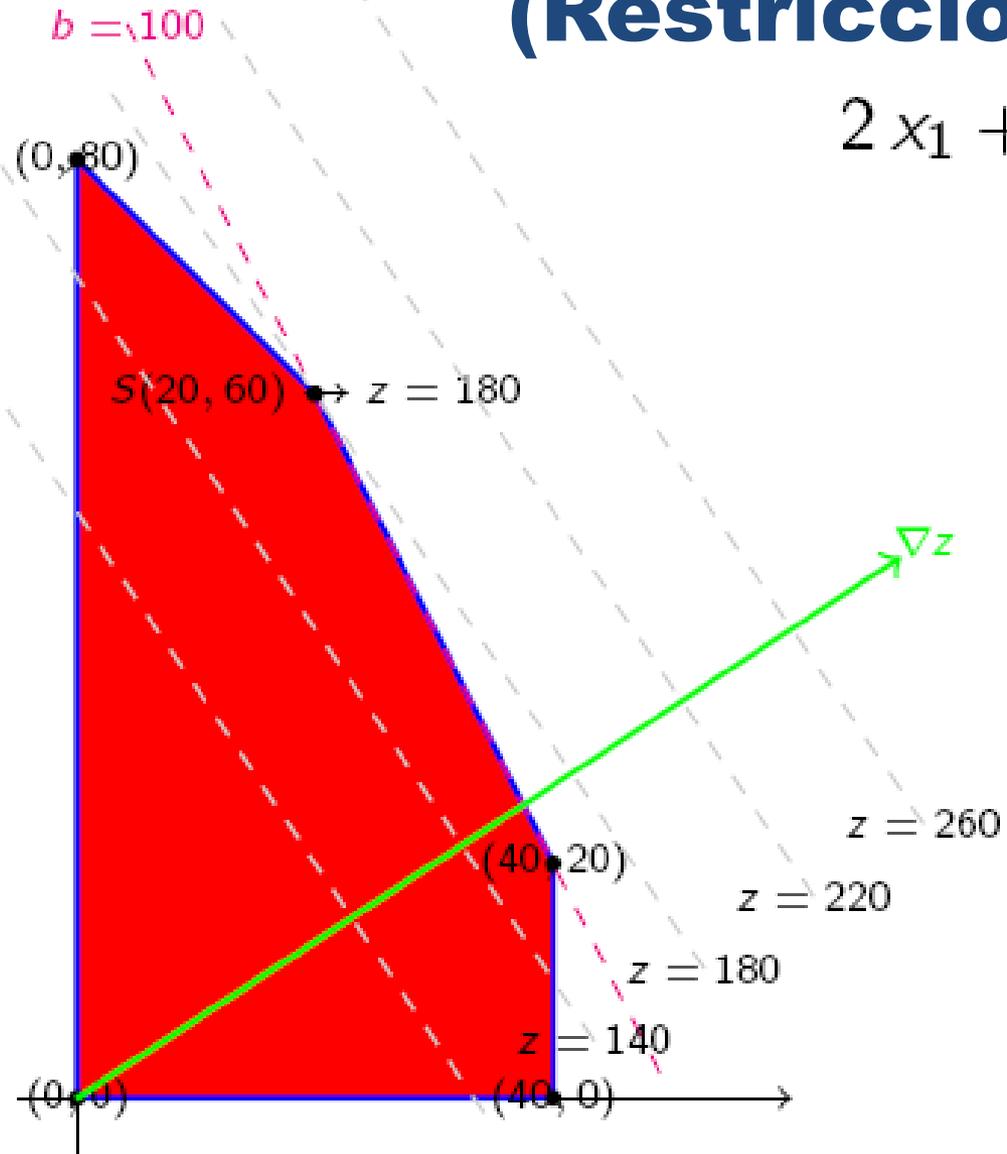
- **COSTO REDUCIDO** (Función objetivo)
  - El Costo Reducido asociado a una variable ( $x_j$ ) de decisión indica en cuanto debe incrementarse el coeficiente correspondiente en la función objetivo ( $c_j$ ) para que el empleo de dicha variable en la solución óptima resulte rentable.

# Análisis de Sensibilidad

- Preguntas para el análisis
  - Determine los rangos de variación de las **variables básicas** en donde la base actual permanece
  - Si se logran reducir los costos de producción en el producto  $X_i$  en un 25%, ¿cómo se afecta la base actual y el objetivo?
  - ¿Que pasaría si **aumenta/disminuye** el **precio/costo** de  $X_i$ ? ¿cambiaría la función objetivo?

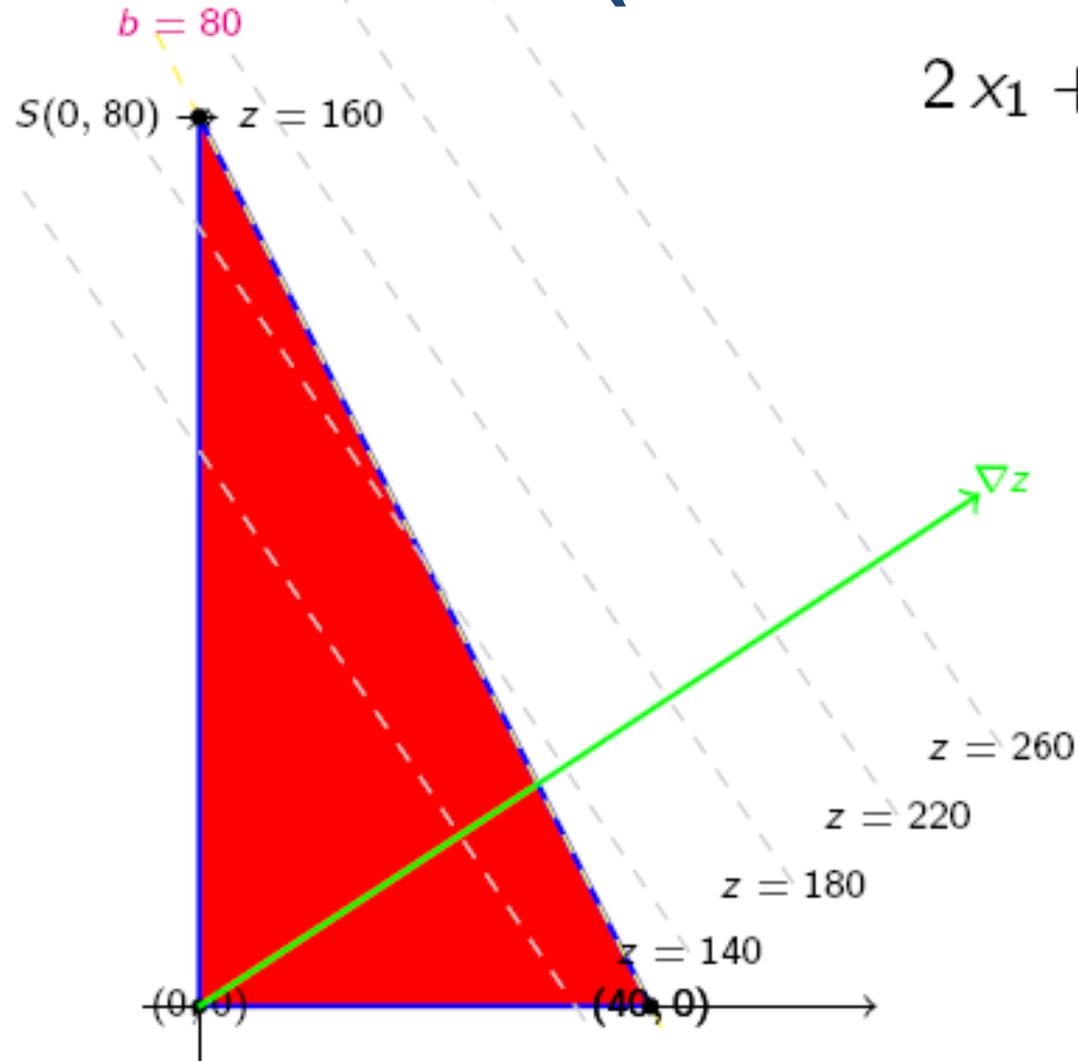
# SENSIBILIDAD (Restricciones)

$$2x_1 + x_2 \leq b$$



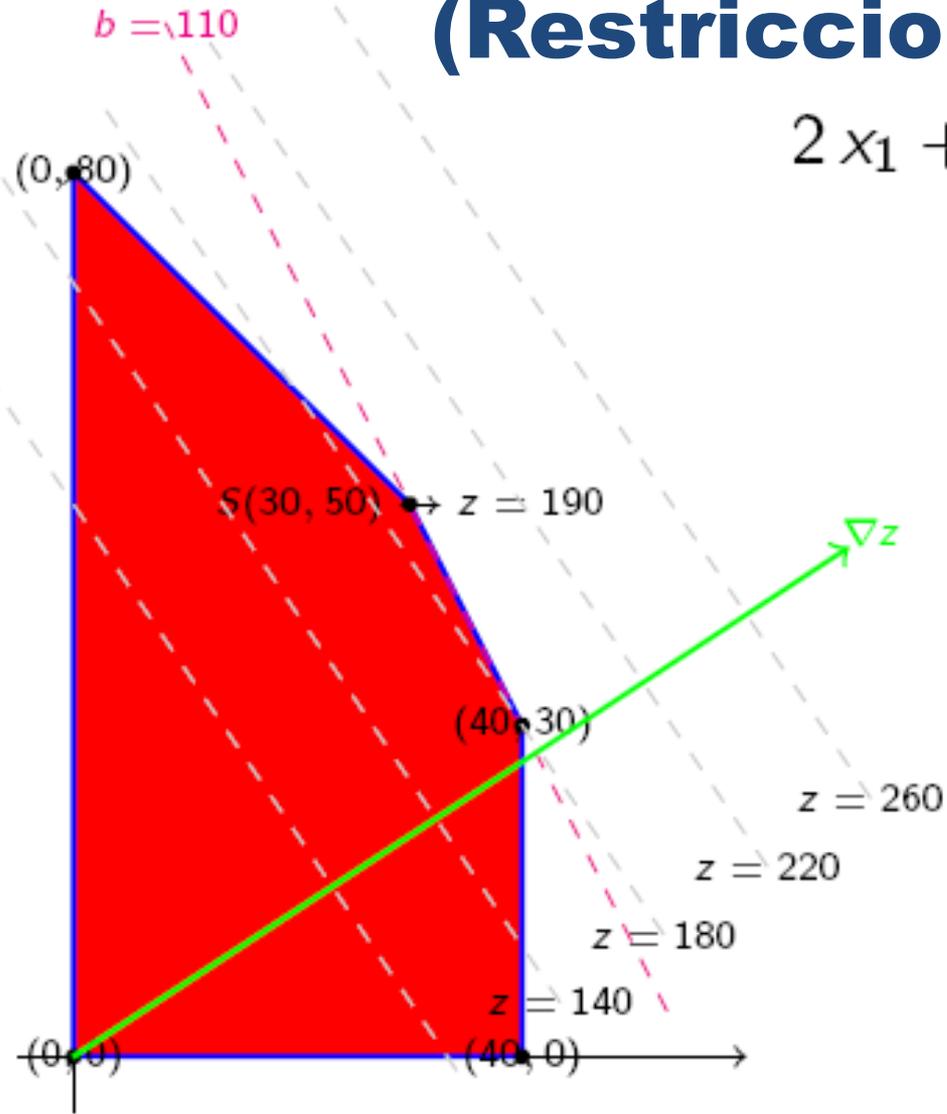
# SENSIBILIDAD (Restricciones)

$$2x_1 + x_2 \leq b$$



# SENSIBILIDAD (Restricciones)

$$2x_1 + x_2 \leq b$$



# SENSIBILIDAD

- PRECIO SOMBRA (Restricciones)
  - El Precio Sombra para cada una de las restricciones representa el cambio a nivel de la Función Objetivo como consecuencia de una modificación marginal (de una unidad) del Lado Derecho de las restricciones (el límite de disponibilidad del recurso).
  - Se asume que la solución es óptima y que todos los otros parámetros del problema se mantienen constantes.

# SENSIBILIDAD

- INTERVALO PERMITIDO DE FACTIBILIDAD (Restricciones)
  - El Intervalo Permitido para permanecer Factible es el intervalo de valores del coeficiente  $b_i$  (correspondiente a la restricción  $i$ ) en el que la solución óptima permanece factible.
- RANGO VARIABILIDAD
  - La variación en el valor de la F.O. puede calcularse multiplicando este in(de)cremento por el precio dual de la restricción correspondiente y luego sumarlo o restarlo según el caso (maximizar o minimizar)

# Análisis de Sensibilidad

- Preguntas para el análisis
  - ¿En cuánto se **incrementaría/disminuiría** la utilidad óptima actual si se **aumentan/disminuye** la disponibilidad de recursos?
  - ¿Cuál es el rango de los recursos en donde la base actual permanece?

	<b>PROD. A</b>	<b>PROD. B</b>	<b>USO REAL</b>	<b>DISPONIB (Bs.)</b>
	<b>2400</b>	<b>5200</b>		
<b>SALARIO</b>	200	100	<b>1000000</b>	1000000
<b>ENERGÍA</b>	100	300	<b>1800000</b>	1800000

<b>INGRESOS</b>	80	50		
<b>F.O.</b>	<b>192000</b>	<b>260000</b>	<b>452000</b>	<b>Maximizar ingresos</b>
	INGRESOS x A	INGRESOS x B		

Celdas cambiantes

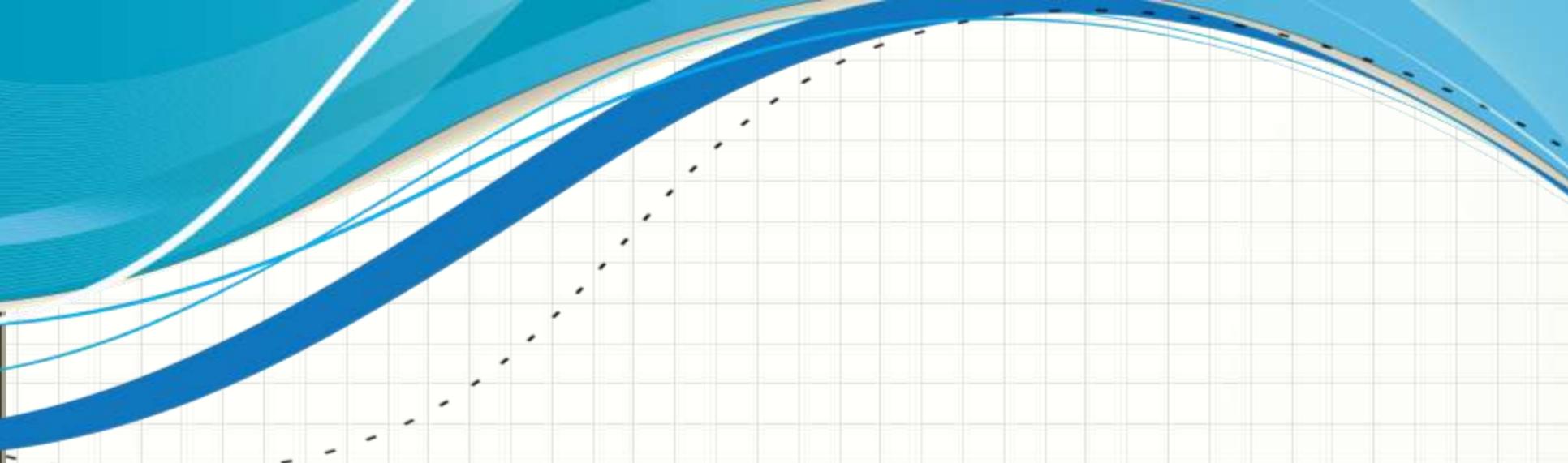
<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor Igual</b>	<b>Gradiente reducido</b>	<b>Coficiente objetivo</b>	<b>Aumento permisible</b>	<b>Disminución permisible</b>
\$B\$3	PROD. A	2400	0	80	20	63,33333333
\$C\$3	PROD. B	5200	0	50	190	10

Restricciones

<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor Igual</b>	<b>Sombra precio</b>	<b>Restricción lado derecho</b>	<b>Aumento permisible</b>	<b>Disminución permisible</b>
\$D\$4	SALARIO USO REAL	1000000	0,38	1000000	2600000	400000
\$D\$5	ENERGÍA USO REAL	1800000	0,04	1800000	1200000	1300000

# Análisis de Sensibilidad

1. Formule el modelo en forma estándar e identifique la base óptima
- 2.Cuál será el impacto económico si se aumenta la disponibilidad de recursos para SALARIOS en 50% de su valor original?. ¿Es un estrechamiento o relajación?. Argumente.
3. Si el precio del producto A disminuye en 25%. ¿se mantendrá la misma programación de producción?
4. ¿Cuál será el impacto económico si se disminuye la disponibilidad de recursos para ENERGÍA a 75% de su valor original?
5. Si el precio del producto B aumenta hasta 120, ¿Se mantendrá la misma producción? ¿Cuáles serán los beneficios?



# **ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD (PRÁCTICA)**

# **PRÁCTICA PL**

## **(Análisis de Sensibilidad)**

Una compañía maderera fabrica tres tipos de tablas de madera para construcción. En la tabla se resumen las horas de producción requeridas por unidad en cada una de las tres operaciones de construcción, así como otros datos del problema.

¿Cuántas unidades de maderas de cada tipo se deben producir para maximizar las ganancias?

# TABLA de DATOS

Madera	Operación I	Operación II	Operación II	Ganancia Unitaria
Calidad A	2	2	4	\$40
Calidad B	5	5	2	\$30
Calidad C	10	3	2	\$20
Tiempo Disponible	900	400	600	

## FORMULAR EL MODELO

$$\text{Max } Z: 40X_1 + 30X_2 + 20X_3$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 5X_2 + 10X_3 \leq 900$$

$$2X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 400$$

$$4X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 600$$

$$X_j \geq 0, j = 1, 2 \text{ y } 3$$

(Resultados positivos)

# EL MODELO EN HOJA DE CÁLCULO

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		<b>VARIABLES</b>					
3		X1	X2	X3			
4							
5							
6		<b>F.O</b>					
7		40	30	20			
8		0	0	0	Zmáx=	0	
9							
10							
11		<b>RESTRICCIONES</b>			<b>Li (ecuac)</b>	<b>LD</b>	
12		2	5	10	0	900	
13		2	5	3	0	400	
14		4	2	2	0	600	
15							
16							
17							

# SOLUCIÓN AL MODELO

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		<b>VARIABLES</b>					
3		<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>			
4		137,5	25,0	0,0			
5							
6			<b>F.O</b>				
7		40	30	20			
8		5500	750	0	Zmáx=	6250	
9							
10							
11			<b>RESTRICCIONES</b>	<b>Li (ecuac)</b>	<b>LD</b>		
12		2	5	10	400	900	
13		2	5	3	400	400	
14		4	2	2	600	600	
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							

Informe de respuestas 1 | Informe de confidencialidad 1 | Informe de límites 1

# SOLUCIÓN ÓPTIMA

- BASE ÓPTIMA
  - $X_1 = 137,5$
  - $X_2 = 25$
  - $X_3 = 0$
- BENEFICIO MÁXIMO
  - 6250

# Informe de Confidencialidad-Sensibilidad

Microsoft Excel 14.0 Informe de confidencialidad

1 Microsoft Excel 14.0 Informe de confidencialidad

2 Hoja de cálculo: [Prob UA5 AS.xlsx]Plan Prod.

3 Informe creado: 08/07/2020 01:34:58 p.m.

4

5

6 Celdas de variables

		Final	Reducido	Objetivo	Permisible	Permisible	
	Celda	Nombre	Valor	Coste	Coefficiente	Aumentar	Reducir
9	\$B\$4	X1	137,5	0	40	20	20
10	\$C\$4	X2	25	0	30	70	10
11	\$D\$4	X3	0	-5	20	5	1E+30

12

13 Restricciones

		Final	Sombra	Restricción	Permisible	Permisible	
	Celda	Nombre	Valor	Precio	Lado derecho	Aumentar	Reducir
16	\$E\$12	Li (ecuac)	400	0	900	1E+30	500
17	\$E\$13	Li (ecuac)	400	2,5	400	500	100
18	\$E\$14	Li (ecuac)	600	8,75	600	200	440

19

20

# SENSIBILIDAD (Función objetivo)

- LÍMITES PERMISIBLES
  - Límite Inferior:
    - $C_1$ :  $40 - 20 = 20$
  - Límite Superior:
    - $C_1$ :  $40 + 20 = 60$
- RANGO VARIABILIDAD
  - Para  $C_1$ : [20 ; 60]
  - ¿Qué pasa si.... El precio de la madera tipo A disminuye en 10 u.m.
  - De 40 a 30 (está dentro de rango)
  - IMPACTO:  $10 \times 137,5 = 1375$ ;  $6250 - 1375 = 4875$   
Disminuyen los beneficios totales

# Análisis de Sensibilidad

- 1. Aunque la solución óptima indica que la madera Tipo C no se produzca ( $X_3 = 0$ ); el cliente exige que para llevarse un pedido debe realizarse una entrega de ese tipo de madera.**
  - COSTO REDUCIDO = -5 (Debo incrementar el precio en 5 U.M. por unidad de producto para poder activar su producción)**

# SENSIBILIDAD (Restricciones)

- LÍMITES PERMISIBLES
  - Límite Inferior:
    - **R2**:  $400 - 100 = 300$
  - Límite Superior:
    - **R2**:  $400 + 500 = 900$
- RANGO VARIABILIDAD
  - Para **R2**: [300 ; 900]
  - ¿Qué pasa si.... Disminuye la cantidad de horas disponibles a **300**
  - De 400 a 300 (está dentro de rango)
  - IMPACTO (Precio SOMBRA):  $100 \times 2,5 = 250$ ;  $6250 - 250 = 6000$  Disminuyen los beneficios totales

# Informe de Sensibilidad

1. Formular el modelo en forma estándar y reportar la solución (base óptima y FO)
2. Determinar los límites y rangos para cada coeficiente  $C_j$  de variable en la Función Objetivo
3. Realizar análisis de IMPACTO en la FO del tipo ¿Qué pasa si...?
4. Si aplica, analizar **COSTO REDUCIDO**
5. Determinar los límites y rangos para disponibilidad o requerimiento de cada RESTRICCIÓN
6. Realizar análisis de IMPACTO en la FO del tipo ¿Qué pasa si...? con el **Precio SOMBRA** en cada restricción

# Análisis de Sensibilidad (AS) de un problema de PL



- Solución Analítica en SOLVER
  - En GRUPO: Seleccionar un problema de la Guía 2 (Cada grupo seleccionará un problema diferente)
  - Formular y resolver el modelo
  - Realizar Informe de Sensibilidad
  - Subir el archivo de trabajo SOLVER y el Informe AS