



**UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DE GUAYANA
VICERECTORADO ACADÉMICO
COORDINACIÓN GENERAL DE PREGRADO Y POSTGRADO
COORDINACIÓN PROYECTOS DE CARRERAS
SEDE: PUERTO ORDAZ**

FORMULARIO DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS

**Elaborado por:
Msc. Econ. Virginia, Noriega
Msc. Econ. Antonio, Contreras**

Abril, 2023

Sistema Financiero Simple

Interés Simple

Formulas en General:

$$I_s = C_0 \times n \times i \quad (1) \quad C_n = C_0 + I_s \quad (2)$$

Si sustituimos en (2) la formula (1) obtendremos:

$$C_n = C_0 + C_0 \times n \times i$$

Luego, al aplicar factor común obtendremos:

$$C_n = C_0 \times (1 + n \times i) \quad (3)$$

$$n = \frac{I_s}{C_0 \times i} \quad i = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{n} \quad n = \frac{\frac{C_n}{C_0} - 1}{i}$$

$$i = \frac{I_s}{C_0 \times n}$$

Nomenclatura utilizada:

I_s = Interés Simple

C_0 = Capital Inicial

C_n = Capital Final

n = Tiempo o Período expresado en años

i = Tasa de Interés

m = Período Fraccionado de Capitalización al año

Descuento Simple

Formulas en General:

$$D_{cb} = V_N \times d \times n \quad (4)$$

$$V_A = V_N - D_{cb} \quad (5)$$

$$V_N = V_A + D_{cb}$$

$$V_A = V_N \times (1 - n \times d) \quad (6)$$

Nomenclatura utilizada:

D_{cb} = Descuento Comercial o Bancario

V_N = Valor Nominal del Documento a Descontar

V_A = Valor Actual del Documento Descontado

n = Período de Vencimiento del Documento

$d = i$ = Tasa de Descuento del documento

<https://youtu.be/W9hMMK3Fs48?t=1>

<https://youtu.be/vhkvfpNqzQc?t=2>

Sistema Financiero Compuesto

Interés Compuesto con períodos anuales

$$C_n = C_o \times (1 + i)^n \quad (7) \quad I_c = C_o \times [(1 + i)^n - 1] \quad (9)$$

$$C_o = C_n \times (1 + i)^{-n} \quad (8) \quad n = \frac{\log \frac{C_n}{C_o}}{\log(1 + i)} \quad (10) \quad i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_o}} - 1 = \left(\frac{C_n}{C_o}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (11)$$

Interés Compuesto con períodos fraccionados

$$C_p = C_o \times (1 + i_m)^p \quad (12) \quad I_p = C_o \times [(1 + i_m)^p - 1] \quad (14)$$

$$C_o = C_p \times (1 + i_m)^{-p} \quad (13) \quad p = \frac{\log \frac{C_p}{C_o}}{\log(1 + i_m)} \quad (15) \quad i_m = \sqrt[p]{\frac{C_p}{C_o}} - 1 = \left(\frac{C_p}{C_o}\right)^{\frac{1}{p}} - 1 \quad (16)$$
$$p = m \times n$$

Tasa Nominal

$$J_m = i_m \times m$$

$$J_m = \left[(1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right] \times m \quad i_m = (1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1$$

Tasa Equivalente

$$i_m = \frac{J_m}{m}$$

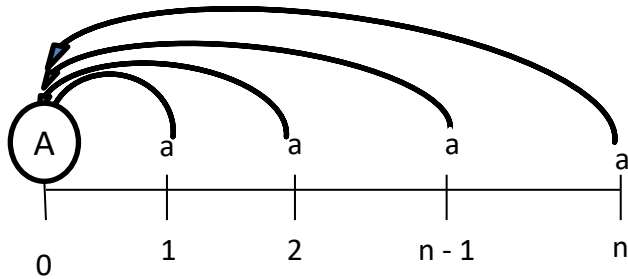
$$i_m = (1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1$$

Tasa Efectiva

$$i = (1 + i_m)^m - 1$$

Rentas y Anualidades Vencidas

Actualización de Anualidades Ordinarias



$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (17)$$

$$A = a \times a_{\overline{n}|i} \quad (18)$$

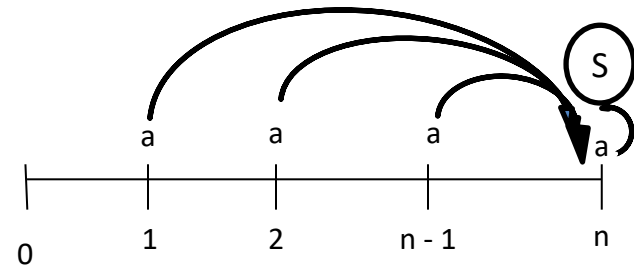
$$A = a \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) \quad (19)$$

$$a_{\overline{n}|i}^{-1} = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \quad (20)$$

$$a = A \times a_{\overline{n}|i}^{-1} \quad (21)$$

$$a = A \times \left(\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right) \quad (22)$$

Capitalización de Anualidades Ordinarias



$$S_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (23)$$

$$S = a \times S_{\overline{n}|i} \quad (24)$$

$$S = a \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \quad (25)$$

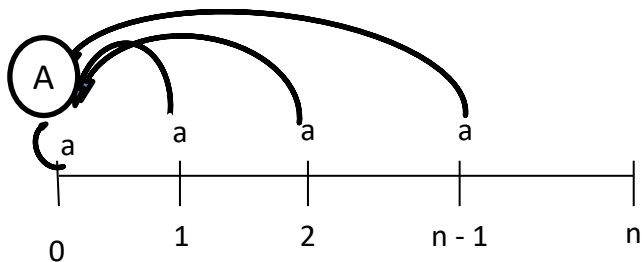
$$S_{\overline{n}|i}^{-1} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad (26)$$

$$a = S \times S_{\overline{n}|i}^{-1} \quad (27)$$

$$a = S \times \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \quad (28)$$

Rentas y Anualidades Anticipadas

Actualización de Anualidades Ordinarias



$$a \overline{n}|i = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (17)$$

$$A = a \times a \overline{n}|i \times (1+i) \quad (29)$$

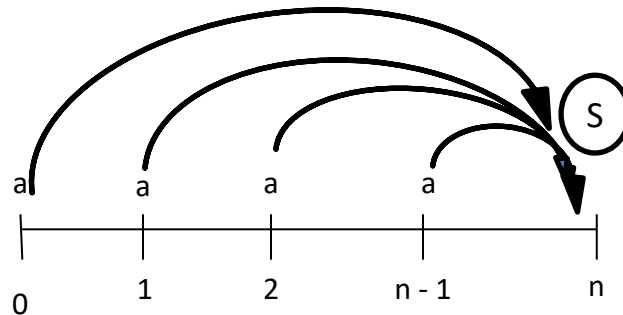
$$A = a \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) \times (1+i) \quad (30)$$

$$a \overline{n}|i^{-1} = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \quad (20)$$

$$a = A \times a \overline{n}|i^{-1} \times (1+i)^{-1} \quad (31)$$

$$a = A \times \left(\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right) \times (1+i)^{-1} \quad (32)$$

Capitalización de Anualidades Ordinarias



$$S \overline{n}|i = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (23)$$

$$S = a \times S \overline{n}|i \times (1+i) \quad (33)$$

$$S = a \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \times (1+i) \quad (34)$$

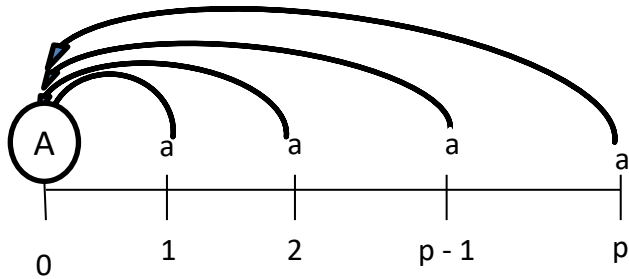
$$S \overline{n}|i^{-1} = \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad (26)$$

$$a = S \times S \overline{n}|i^{-1} \times (1+i)^{-1} \quad (35)$$

$$a = S \times \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \times (1+i)^{-1} \quad (36)$$

RENTAS Y ANUALIDADES VENCIDAS CON PERÍODOS FRACCIONADOS

Actualización de Anualidades Ordinarias



$$a \overline{p}|im = \frac{1 - (1 + im)^{-p}}{im} \quad (37)$$

$$A = a \times a \overline{p}|im \quad (38)$$

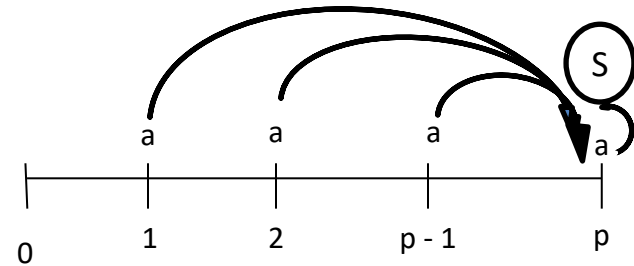
$$A = a \times \left(\frac{1 - (1 + im)^{-p}}{im} \right) \quad (39)$$

$$a \overline{p}|im^{-1} = \frac{im}{1 - (1 + im)^{-p}} \quad (40)$$

$$a = A \times a \overline{p}|im^{-1} \quad (41)$$

$$a = A \times \left(\frac{im}{1 - (1 + im)^{-p}} \right) \quad (42)$$

Capitalización de Anualidades Ordinarias



$$S \overline{p}|im = \frac{(1 + im)^p - 1}{im} \quad (43)$$

$$S = a \times S \overline{p}|im \quad (44)$$

$$S = a \times \left(\frac{(1 + im)^p - 1}{im} \right) \quad (45)$$

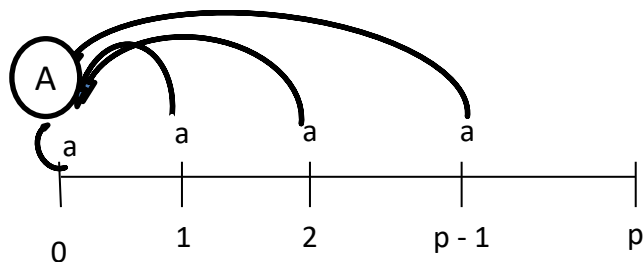
$$S \overline{p}|im^{-1} = \frac{im}{(1 + im)^p - 1} \quad (46)$$

$$a = S \times S \overline{p}|im^{-1} \quad (47)$$

$$a = S \times \left(\frac{im}{(1 + im)^p - 1} \right) \quad (48)$$

RENTAS Y ANUALIDADES ANTICIPADAS PERÍODOS FRACCIONADOS

Actualización de Anualidades Ordinarias



$$a \overline{p}|im = \frac{1 - (1 + im)^{-p}}{im} \quad (37)$$

$$A = a \times a \overline{p}|im \times (1 + im) \quad (49)$$

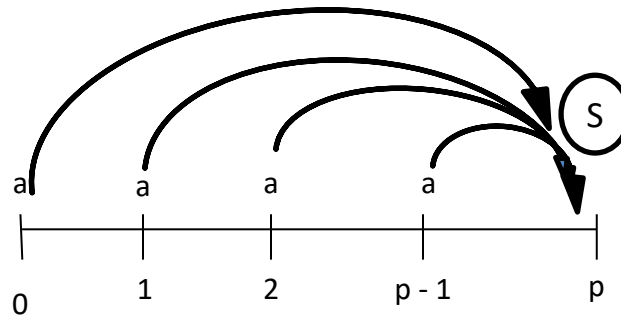
$$A = a \times \left(\frac{1 - (1 + im)^{-p}}{im} \right) \times (1 + im) \quad (50)$$

$$a \overline{p}^{-1}|im = \frac{im}{1 - (1 + im)^{-p}} \quad (40)$$

$$a = A \times a \overline{p}^{-1}|im \times (1 + im)^{-1} \quad (51)$$

$$a = A \times \left(\frac{im}{1 - (1 + im)^{-p}} \right) \times (1 + im)^{-1} \quad (52)$$

Capitalización de Anualidades Ordinarias



$$S \overline{p}|im = \frac{(1 + im)^p - 1}{im} \quad (43)$$

$$S = a \times S \overline{p}|im \times (1 + im) \quad (53)$$

$$S = a \times \left(\frac{(1 + im)^p - 1}{im} \right) \times (1 + im) \quad (54)$$

$$S \overline{p}^{-1}|im = \frac{im}{(1 + im)^p - 1} \quad (46)$$

$$a = S \times S \overline{p}^{-1}|im \times (1 + im)^{-1} \quad (55)$$

$$a = S \times \left(\frac{im}{(1 + im)^p - 1} \right) \times (1 + im)^{-1} \quad (56)$$

Amortización y Fondo de Amortización

Cuadro de Amortización de una Deuda

Período (h)	Cuota Pagar (a)	Cuota de Interés (CI_h)	Cuota Amortizar (CA_h)	Total Amortizar (TA_h)	Saldo Deudor (R_h)
0	a	-	-	-	$R_0 = A$
1	a	CI_1	CA_1	TA_1	R_1
2	a	CI_2	CA_2	TA_2	R_2
3	a	CI_3	CA_3	TA_3	R_3
.
.
.
n	a	CI_n	CA_n	TA_n	$R_n = 0$

Procedimiento de elaboración del cuadro:

1. Se determina la Cuota a Pagar (a) mediante la ecuación (22, 32, 42 y/o 52)
2. Se calcula la Cuota de Interés: $CI_h = R_{h-1} \times i$ (57)
3. Se obtiene la Cuota Amortizar: $CA_h = a - CI_h$ (58)
4. El Total Amortizar es la suma acumulada: $TA_h = TA_{h-1} + CA_h$ (59)
5. El Saldo Deudor es: $R_h = R_{h-1} - CA_h$ (60)
6. Se repite el proceso en forma iterativa a partir del paso (2) hasta $R_h = 0$

Amortización de una Deuda a partir de un Momento Cualquiera (Valoración en un momento determinado sin llenar el cuadro completo)

1. Cuota a Pagar formula (22, y/o 32) períodos anuales
2. Cuota de Interés: $CI_h = a \times [1 - (1 + i)^{-(n-h+1)}]$ (61)
3. Cuota Amortizar: $CA_h = a \times (1 + i)^{-(n-h+1)}$ (62)
4. Total Amortizar: $TA_h = a \times S \overline{h} \mid i \times (1 + i)^{-n}$ (63)
5. El Saldo Deudor es: $R_h = a \times a \overline{n-h} \mid i$ (64)

$$a \overline{n-h} \mid i = \frac{1 - (1 + i)^{-(n-h)}}{i} \qquad S \overline{h} \mid i = \frac{(1 + i)^h - 1}{i}$$

Amortización de una Deuda a partir de un Momento Cualquiera (Valoración en un momento determinado sin llenar el cuadro completo)

1. Cuota a Pagar formula (42 y/o 52) períodos de capitalización fraccionados

2. Cuota de Interés: $CI_h = a \times [1 - (1 + im)^{-(p-h+1)}]$ (65)

3. Cuota Amortizar: $CA_h = a \times (1 + im)^{-(p-h+1)}$ (66)

4. Total Amortizar: $TA_h = a \times S \overline{h} \mid_{im} \times (1 + im)^{-p}$ (67)

5. El Saldo Deudor es: $R_h = a \times a \overline{p-h} \mid_{im}$ (68)

$$a \overline{p-h} \mid_{im} = \frac{1 - (1 + im)^{-(p-h)}}{im} \quad S \overline{h} \mid_{im} = \frac{(1 + im)^h - 1}{im}$$

Nota Importante:

1. Se pueden presentar casos especiales en Cuadros de Amortización a Corto Plazo no aplicando Anualidades o Rentas sino interés simple.
2. Igualmente a largo plazo, se pueden presentar casos especiales con la distribución de entregas parciales de prestamos.
3. Otros dos (2) casos especiales: considerar préstamos con pagos muertos, donde no se paga CI_h ni CA_h sino son diferidas CI_h acumulándolas a un período determinado y los préstamos con períodos de gracia, donde se paga CI_h y no CA_h al capital prestado.

Cuadro Fondo Amortización de Ahorro

Período (h)	Cuota Depositar (a)	Cuota de Interés (CI_h)	Total Depositar (TD_h)	Saldo Depositado (R_h)
1	a	-	-	$R_1 = a$
2	a	CI_1	TD_1	R_2
3	a	CI_2	TD_2	R_3
.
.
.
n	a	CI_n	TD_n	$R_n = S$

Procedimiento de elaboración del cuadro:

1. Se determina la Cuota a Depositar (a) mediante la ecuación (28, 36, 48 y/o 56)
2. Se calcula la Cuota de Interés: $CI_h = R_h \times i$ (69)
3. El Total Depositar es la suma entre: $TD_h = a + CI_h$ (70)
4. El Saldo Depositado es: $R_h = R_{h-1} + TD_h$ (71)
5. Se repite el proceso en forma iterativa a partir del paso (2) hasta $R_h = S$

Nota Importante:

1. Igualmente se toma en cuenta que el Fondo de Amortización se hace con períodos anuales y/o con períodos fraccionados.
2. Se debe tener en cuenta que existen dos tipos de tasas de interés: la tasa del préstamo o tasa remuneradora y la tasa que produce el fondo de ahorros o tasa reproductora.

Fondo de Amortización de Ahorros a partir de un Momento Cualquiera (Valoración en un momento determinado sin llenar el cuadro completo)

1. Cuota a Depositar formulas (22, 36, 48 y/o 56) períodos anuales y/o fraccionados
2. Cuota de Intereses Ganados: $CI_h = a \times [(1 + i)^{(h-1)} - 1]$ (72)
3. Total a de Depositar: $TD_h = a \times [(1 + i)^{(h-1)} - 1] + a$ (73)
4. El Saldo Depositado es: $R_h = a \times S \overline{h} | i$ (74)

$$S \overline{h} | i = \frac{(1 + i)^h - 1}{i}$$

Nota Importante:

1. Igualmente se toma en cuenta que el Fondo de Amortización se hace con períodos anuales y/o con períodos fraccionados.
2. Existen dos tipos de tasas de interés: tasa del préstamo o tasa remuneradora y la tasa que produce el fondo de ahorros o tasa reproductora.

MÉTODOS EVALUACIÓN FINANCIERAS DECISIONES DE INVERSIÓN

Indicador Valor Presente Neto (VPN)

$$VPN = \sum_{n=1}^n \frac{FNE}{(1 + TMAR)^n} - I_0 = \frac{FNE}{(1 + TMAR)^1} + \frac{FNE}{(1 + TMAR)^2} + \dots + \frac{FNE}{(1 + TMAR)^n} - I_0$$

$$VPN = (\text{Costos de adquisición} + \text{Costos operativos}) \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) - VS \times (1 + i)^{-n}$$

$$VPN = \sum_{n=1}^n \frac{FNE}{(1 + TMAR)^n} + \frac{VS}{(1 + TMAR)^n} - I_0$$

$$TMAR = ti + pr \times (1 + ti) \times (1 + i) - 1$$

Nomenclatura utilizada:

VPN = Valor Presente Neto

FNE = Flujos Netos de Efectivo (Ingresos - Costos)

TMAR = Tasa Mínima Atractiva de Rendimiento

I₀ = Inversión Inicial

VS = Valor de Salvamento o de Rescate de un Activo

n = Período correspondiente en años

i = Tasa de interés Activa

ti = Tasa de inflación

pr = Prima de Riesgo (entre 5% y 30%)

Decisiones de Inversión:

- Si $VPN < 0$ significa la $TIR < TMAR$ se Rechaza la Propuesta
- Si $VPN = 0$ significa la $TIR = TMAR$ es Indiferente la Propuesta
- Si $VPN > 0$ significa la $TIR > TMAR$ se Acepta la Propuesta

- Si $CAUE < 0$ significa que con la $TMAR$ los ingresos netos no son suficientes para recuperar la inversión y produce una pérdida igual al $CAUE$ por tanto se Rechaza la propuesta.
- Si $CAUE = 0$ significa que con la $TMAR$ los ingresos netos recuperan justamente la inversión por tanto es indiferente Aceptar o Rechazar la propuesta.
- Si $CAUE > 0$ significa que con la $TMAR$ los ingresos netos son suficientes para recuperar la inversión y produce una ganancia igual al $CAUE$ por tanto se Acepta la propuesta.

- Si $TIR > TMAR$ se Acepta.
- Si $TIR < TMAR$ se Rechaza.
- Si $TIR = TMAR$ es indiferente si se acepta o rechaza.

NOTA: Pueden existir casos de proyectos donde NO se realiza el calculo de la TIR, por tanto, la decisión sería seleccionar el proyecto que genere menor CAUE y/o VPN.

Indicador Tasa Interna de Retorno (TIR) Indicador Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE)

$$TIR = TDI + \frac{(TDS - TDI) \times (VPN_{TDI})}{(VPN_{TDI}) + |VPN_{TDS}|}$$

$$TMAR = ti + pr \times (1 + ti) \times (1 + i) - 1$$

Nomenclatura utilizadas en el curso:

VPN = Valor Presente Neto

CAUE = Costos Equipo $\times \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}\right)$ - VS $\times \left(\frac{i}{(1 + i)^n - 1}\right)$ + Costos operativos

TIR = Tasa Interna de Retorno

CAUE = Costo Anual Uniforme Equivalente

FNE = Flujos Netos de Efectivo (Ingresos - Costos)

TMAR = Tasa Mínima Atractiva de Rendimiento

|VPN_{TDS}| = Valor Absoluto del VPN con TMAR Superior

(VPN_{TDI}) = VPN con TMAR Inferior

TDS = TMAR Superior

TDI = TMAR Inferior

I₀ = Inversión Inicial

n = Período correspondiente en años

i = **TMAR** = Tasa de interés Activa

ti = Tasa de inflación del mercado

pr = Prima de Riesgo (entre 5% y 30%)

(1 + i)⁻ⁿ = Factor de Actualización

$$CAUE = VPN \times a_{\overline{n}|i}^{-1}$$

$$CAUE = VPN \times \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$a_{\overline{n}|i}^{-1} = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \quad (20)$$

Indicador Relación Beneficio-Costo (B/C)

$$B/C = \frac{\sum \text{Ingresos} \times (1 + i)^{-n}}{\sum \text{Costos} \times (1 + i)^{-n}}$$

$$B/C = \frac{\sum \text{Ingresos Actualizados}}{\sum \text{Costos Actualizados}}$$

Indicador Rentabilidad de la Inversión (RI)

$$RI = \frac{\sum (\text{Ingresos} - \text{Costos}) \times (1 + i)^{-n}}{I_0}$$

Indicador Período Recuperación Inversión (PRI)

PRI =

$$\frac{I_0}{\sum FNE \times (1 + i)^{-n}}$$