Dinámica de una partícula

Isaac Newton

Introducción

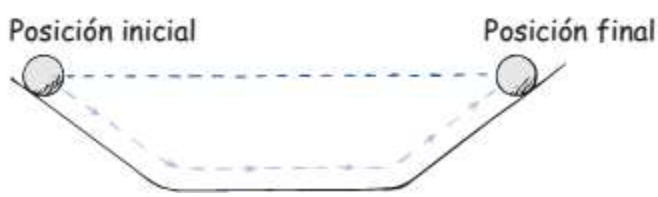
Hemos estudiado el movimiento de un objeto en el espacio sin considerar las causas del mismo. Ahora estudiaremos que lo produce y explicaremos su comportamiento. Podremos responder preguntas como: ¿Qué hace que un cuerpo deje su estado de reposo? ¿Por qué un auto desliza sobre un terreno mojado o barrialoso? ¿Qué ocasionas que un cuerpo acelere?

El área de la física que se ocupa de este aspecto del movimiento se conoce como dinámica, ella no se ocupa de las causas del movimiento sino de las causas del cambio de movimiento. Abordaremos su estudio estableciendo y comprendiendo dos conceptos fundamentales para el análisis de los principios de la dinámica: el concepto de fuerza y el de masa y estableceremos la relación entre la fuerza ejercida sobre un objeto y su aceleración.

Primera Ley de Newton (Principio de Inercia)

Galileo descubrió un gran principio, llamado principio de inercia, éste establece lo siguiente: si nada actúa sobre un objeto y éste avanza a una velocidad determinada en línea recta, esta velocidad se mantendrá para siempre y el objeto seguirá describiendo la misma línea recta. Eso que debe actuar sobre el objeto para modificar su estado es lo que llamamos fuerza.

Galileo colocó dos de sus planos inclinados uno frente a otro. Observó que una esfera, soltada desde el reposo en la parte superior de un plano inclinado hacia abajo, rodaba hacia abajo y después hacia arriba por la pendiente inclinada hacia arriba, hasta que casi llegaba a su altura inicial. Dedujo que sólo la fricción evitaba que subiera hasta llegar exactamente a la misma altura, porque cuantos más lisos fueran los planos, la esfera llegaría más cercano a la misma altura.



Luego redujo el ángulo del plano inclinado hacia arriba. De nuevo, la bola subió casi hasta la misma altura, pero tuvo que ir más lejos.

Con reducciones adicionales del ángulo obtuvo resultados parecidos: para alcanzar la misma altura, la esfera tenía que llegar más lejos cada vez. Entonces se preguntó: “Si tengo un plano horizontal largo. ¿Hasta dónde debe llegar la esfera para alcanzar la misma altura?” La respuesta obvia es “hasta infinito, nunca llegará a su altura inicial”

Galileo hizo otro análisis. Como el movimiento en el primer plano de bajada de la esfera es igual en todos los casos, su rapidez, al comenzar a subir por el segundo plano es igual en todos los casos. Si sube por una pendiente más inclinada pierde su rapidez rápidamente. En una pendiente menos inclinada la pierde con más lentitud, y rueda durante mayor tiempo. Cuanto menor sea la pendiente de subida, con más lentitud pierde su rapidez. *En el caso extremo donde no hay pendiente, es decir, cuando el plano es horizontal, la esfera no debería perder rapidez alguna.* En ausencia de fuerzas de retardo, la tendencia de la esfera es a moverse por siempre sin desacelerarse. *A la propiedad de un objeto de resistirse a los cambios en el movimiento Galileo la llamó inercia.*

Enunciado de la primera ley de Newton

Todo cuerpo se mantendrá en su estado de reposo o en movimiento uniforme en línea recta, a menos que actué sobre él una fuerza que modifique su estado.

$$\text{Si} \sum \vec{\mathbf{F}} = 0 \text{ entonces} \begin{cases} \vec{\mathbf{v}} = 0 \\ \quad \text{o} \\ \vec{\mathbf{v}} = \text{cte} \end{cases}$$

La tendencia de un cuerpo a permanecer en reposo o en un movimiento lineal uniforme se llama inercia, por ello la primera ley de Newton suele llamarse ley de inercia. Cuando la velocidad de un cuerpo es constante, o este permanece en reposo, se dice que el cuerpo está en equilibrio

Sistema de referencias inerciales

Podemos estudiar el movimiento de un cuerpo desde diferentes sistemas de referencia, pero todos deben ser inerciales, es decir no estar acelerados, estar en reposo o en movimiento con velocidad constante. Cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad relativa constante con respecto a un sistema inercial, es un sistema inercial.

Un sistema que se mueva a velocidad constante, relativa a las estrellas más distantes a la tierra, es la mejor aproximación a un sistema de referencia inercial. Aun cuando la Tierra esté girando, en la mayoría de los casos prácticos puede considerarse que un marco de referencia unido a la Tierra es aproximadamente un marco de referencia inercial. En aplicaciones a gran escala, tales como el análisis de la trayectoria de los cohetes balísticos (misiles) o en el estudio de los vientos y de las corrientes oceánicas, es importante el carácter no inercial de la Tierra en rotación.

Fuerza - Masa – Segunda ley de Newton

Newton, se hizo una pregunta: «Si el objeto no va en línea recta, ¿qué pasa *entonces*?». La respuesta que dio es que se necesita de "*algo"* para modificar de alguna manera la velocidad. Por ejemplo, si se empuja una bola en el sentido de su movimiento, crecerá su velocidad. Si resulta que cambia de dirección, entonces debe haberse aplicado "algo" lateralmente para que esto ocurra. Ese "algo" es la fuerza, si la causa del cambio de movimiento de un cuerpo es la fuerza y ella puede medirse por el producto de dos efectos: el cambio que experimenta la velocidad en un pequeño intervalo de tiempo, fenómeno que se le llama aceleración, y el coeficiente de inercia del objeto (es decir, su masa inercial).

La ***Fuerza*** es el resultado de la interacción de un cuerpo con el medio que lo rodea, puede o no cambiar su estado de reposo o movimiento con respecto a un sistema de referencia inercial. Normalmente relacionamos la fuerza con la acción de empujar o halar un objeto, es manifiesta su naturaleza vectorial y la denotaremos como tal con la letra $\vec{F}$.

Dependiendo de la forma en que actúan sobre un cuerpo dividimos las fuerzas en:

1. fuerzas de contacto (fricción, normal, tensión)
2. fuerzas de largo alcance o de campos (Gravitacional, electromagnética)

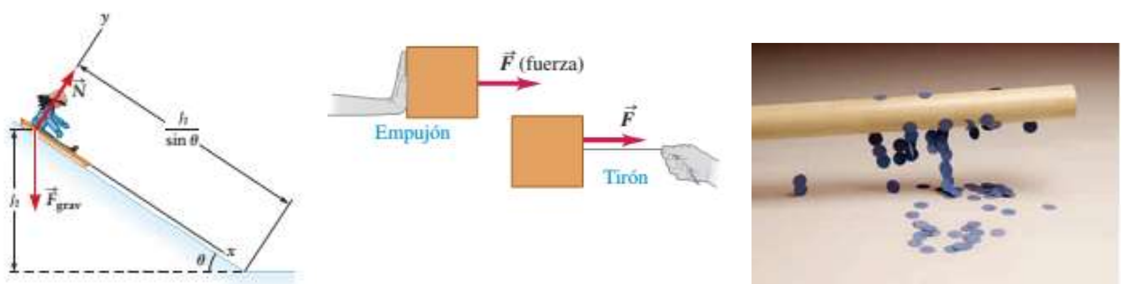


Figura 2. Representación de diferentes tipos de fuerzas, a) de contacto la fuerza normal, de campo la fuerza gravitacional; b) fuerzas de contacto, c) fuerza electrostática

Sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas simultáneamente, cuando esto ocurre, el cuerpo se acelerará sólo si la sumatoria de las fuerzas es diferente de cero. Si la sumatoria de las fuerzas es cero entonces la aceleración de la gravedad es nula y el cuerpo permanece en reposo o su velocidad permanece constante, se dice entonces que el cuerpo está en equilibrio.

La ***Masa***, es la propiedad de un objeto que especifica cuanta inercia tiene, y es una medida cuantitativa de la resistencia de un cuerpo a la aceleración producida por una fuerza dada. Un objeto es menos acelerado al aplicársele una fuerza, si su masa es mayor que la de otro cuerpo, esta característica sirve de procedimiento de comparación de la aceleración que sufre diferentes objetos al aplicarles la misma fuerza y nos permite describir cuantitativamente la masa de un cuerpo.

Supongamos que una fuerza actúa sobre una masa $\mathbf{m_1}$ y produce una aceleración $\mathbf{a_1}$, y que esa misma fuerza actuando sobre un cuerpo de masa $\mathbf{m_2}$ produce una aceleración $\mathbf{a_2}$. Al evaluar el resultado encontramos que la razón de las masas de los dos cuerpos es igual a la razón inversa de las aceleraciones dadas a estos cuerpos por la fuerza aplicada, o sea,

$$\frac{\boldsymbol{m_1}}{\boldsymbol{m_2}} = \frac{\boldsymbol{a_2}}{\boldsymbol{a_1}} \qquad (1)$$

Esta relación nos permite obtener el valor de la masa de un cuerpo realizando medidas de la aceleración, siempre que tengamos el valor de la masa de un cuerpo que se usará como patrón. La masa es una propiedad intrínseca de un cuerpo y no depende de su entorno, ni del método para medirla. Es un escalar y no debe confundirse con el peso, ya veremos que este último es un vector.

La primera ley de Newton nos explica que pasa con un cuerpo si no actúa sobre el ninguna fuerza, o si la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre él es nula. Newton en la segunda ley nos dice que le ocurre a un objeto cuando la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre él es diferente de cero.

Si realizamos un experimento sobre una superficie sin fricción empujando con una fuerza **F,** el cuerpo se moverá con una aceleración **a**, si ahora aplicamos una fuerza cuya magnitud es **2F**, le valor obtenido para la aceleración será **2a** y si seguimos incrementando el valor de F observaremos que el valor de la aceleración incrementa proporcionalmente con el valor de la fuerza aplicada.

Ya observamos en la explicación relativa a la masa que a medida que incrementamos la masa de un cuerpo aplicando la misma fuerza, la aceleración es menor y que la relación es inversamente proporcional. Estas observaciones le permitieron a Newton establecer la segunda ley.

Enunciado de la segunda ley de Newton

Todo cuerpo al aplicársele una fuerza neta diferente de cero, incrementará su aceleración directamente proporcional a la fuerza aplicada e inversamente proporcional a su masa.

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = \mathrm{m}\vec{\boldsymbol{a}} \qquad (2)$$

En el Sistema Internacional la unidad de fuerza es el Newton, que se define como:

$$1\ N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

En el Sistema Inglés la unidad es la Libra que se define como,

$$1\ lb = 1slug \cdot \frac{ft}{s^2} \approx 4N$$

Peso y Masa

El peso de un cuerpo en la Tierra es la fuerza de gravedad ejercida sobre él por la Tierra. La dirección de este vector es la dirección de la fuerza de la gravedad, esto es, hacia el centro de la Tierra. La magnitud del peso se expresa en unidades de fuerza, tales como newton o libras. Supongamos por el momento que la superficie de la Tierra proporciona un marco inercial de referencia suficientemente bueno. Soltemos a un cuerpo de masa **m** cerca de la superficie de la Tierra y permitamos que caiga libremente bajo la influencia de la gravedad. Sólo una fuerza actuará sobre el cuerpo: su peso W. La aceleración del cuerpo es la aceleración de la gravedad, **g**. Si aplicamos la segunda ley de Newton, **F** = m**a**, a este cuerpo en "*caída libre*" sustituyendo a **W** por **F** y a **g** por **a**, lo cual nos queda **W** = m**g**.

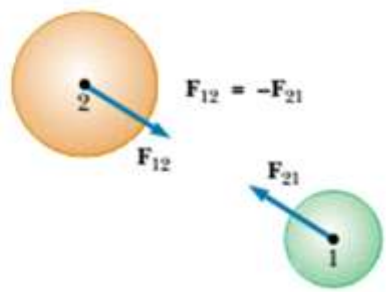
Tercera ley de Newton

Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo resultan de su interacción con otros cuerpos, la tercera ley nos explica que le pasas a esos cuerpos con los que interactúa. Toda fuerza es parte de la interacción mutua entre dos o más cuerpos. Se halla experimentalmente que cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre un segundo cuerpo, el segundo cuerpo siempre ejerce una fuerza sobre el primero. Más aún, hallamos que estas fuerzas son siempre iguales en magnitud pero opuestas en dirección.

Arbitrariamente, llamamos a una de las fuerzas de la interacción mutua entre dos cuerpos la fuerza de "acción y a la otra la denominamos fuerza de "reacción" y actúan en cuerpos diferentes. Newton enuncio leste comportamiento de la siguiente manera:

Enunciado de la tercera ley de Newton

Cuando dos cuerpos ejercen fuerzas mutuas entre sí, las dos fuerzas son siempre de igual magnitud y de dirección opuesta.



Aplicaciones de las leyes de Newton

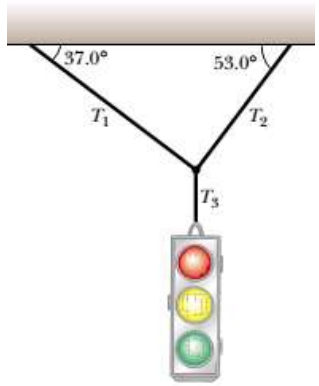
Apliquemos las leyes de Newton a objetos que están en equilibrio o acelerados bajo la acción de una fuerza externa constante. Asumiremos a los cuerpos como partículas y hasta que no se diga lo contrario despreciaremos los efectos del roce entre cuerpos, es decir los efectos de la fricción. Por último en problemas que involucren cuerdas, su masa se despreciará.

Vamos a presentar algunas reglas para aplicar las leyes de Newton e ilustramos su aplicación con varios ejemplos. Los pasos básicos para aplicar las leyes de Newton son:

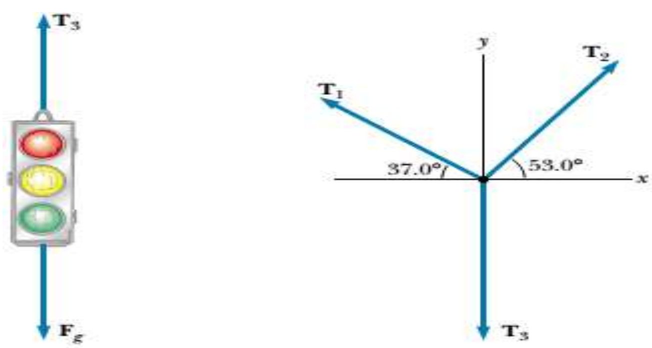
1. Identifique claramente el cuerpo que se va a analizar.
2. Identifique el entorno que ejercerá las fuerzas sobre el cuerpo.
3. Seleccione un marco inercial de referencia apropiado.
4. Elija un sistema de coordenadas conveniente y oriente los ejes para simplificar el problema.
5. Haga un diagrama del cuerpo libre, mostrando a cada objeto como una partícula.
6. Aplique ahora la segunda ley de Newton a cada componente de la fuerza y de la aceleración.

Ejercicio 1

Un semáforo cuyo peso es de 125 N cuelga de un cable unido a otros cables fijos a un soporte con ángulos de 37° y 53° con la horizontal. Encuentre la tensión en los tres cables.



El dibujo que se presenta cubre los numerales (1) y (2) de nuestras reglas, ahora realicemos los pasos (3) (4) y (5), así obtenemos el diagrama de cuerpo libre para el semáforo y el diagrama de cuerpo libre en el punto de unión de las tres cuerdas.



Ahora apliquemos la segunda ley de Newton. El cuerpo esta en reposo, así que, la sumatoria de las fuerzas es cero, tanto para el semáforo como para el pinto nodal de las tres cuerdas, entonces:

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = \mathrm{m}\vec{\boldsymbol{a}}$$

Semáforo

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = \mathbf{T_3} - \mathbf{F_g} = 0$$

$$\mathbf{T_3} = \mathbf{F_g} = 125 \text{ N}$$

Punto nodal

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = \mathbf{T_2} \cos 53{,}0° - \mathbf{T_1} \cos 37{,}0° = 0 \qquad (1)$$

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} = \mathbf{T_2} \sin 53{,}0° + \mathbf{T_1} \sin 37{,}0° - \boldsymbol{T_3} = 0 \qquad (2)$$

Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas, resolvemos la ecuación por sustitución despejado el valor para una de las tensiones en (1) y sustituyendo en dos así nos queda,

$$\mathbf{T_2} = \boldsymbol{T_1}\left(\frac{\boldsymbol{cos}\ \mathbf{37{,}0°}}{\boldsymbol{cos}\ \mathbf{53{,}0°}}\right) = 1{,}33\ \boldsymbol{T_1} \qquad (3)$$

Sustituyendo (3) en (2) tenemos y la magnitud de $\mathbf{T_3}$

$$\mathbf{1{,}33}\ \boldsymbol{T_1} \sin 53{,}0° + \mathbf{T_1} \sin 37{,}0° - 125\ \mathrm{N} = 0$$

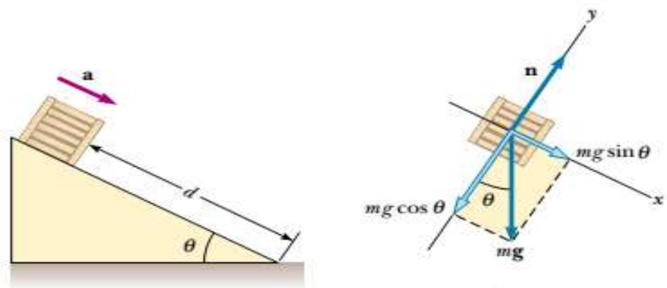
Despejando $\mathbf{T_1}$ tenemos que

$$\mathbf{T_1} = 75{,}1\ \mathrm{N}\ \text{ y }\ \mathbf{T_1} = 99{,}9\ \mathrm{N}$$

Ejercicio 2

Una caja de masa m es colocada sobre un plano inclinado con un ángulo θ sin fricción. Determine la aceleración de la caja al deslizarse hacia abajo.

Representamos gráficamente el problema e identificamos el cuerpo a analizar



(a) (b)

La figura (a) abarcan las reglas (1) y (2) y la figura (b) las (3), (4) y (5), así que ahora podemos aplicar la segunda ley de Newton.

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = \mathrm{mg} \sin\theta = m a_x \qquad (1)$$

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{y}} = \mathbf{n} - \mathrm{mg}\cos\theta = 0 \qquad (2)$$

De la ecuación (1) tenemos que a_x, es independiente de la masa de la caja, sólo depende del ángulo de inclinación del plano y de la gravedad.

$$\mathrm{g}\sin\theta = a_x, \qquad (3)$$

(b) suponga que dejamos caer la caja desde el extremo más alto del plano inclinado una distancia d, ¿cuánto tiempo tarda el borde frontal de la caja en llegar al suelo y con que rapidez?

Como $\boldsymbol{a_x}$ es constante, y $v_{x0} = 0$ aplicamos la ecuación para movimiento uniformemente variado:

$$x_f - x_0 = \cancel{v_{x0}}\mathrm{t} + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$d = \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{\mathbf{2d}}{\boldsymbol{a_x}}} = \sqrt{\frac{2\mathrm{d}}{\mathrm{g}\sin\theta}}$$

Para determinar la rapidez usamos la ecuación

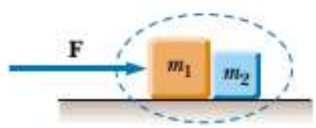
$$\boldsymbol{v_f^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x_f - x_0)}$$
$$v_f^2 = 2\mathrm{gd}\sin\theta$$
$$v_f = \sqrt{2\mathrm{gd}\sin\theta}$$

Ejercicio 3

Dos cuerpos de masa m_1 y m_2 se ponen en contacto entre si sobre una superficie horizontal sin fricción. Sobre el bloque de masa m_1 se aplica una fuerza constante **F**.

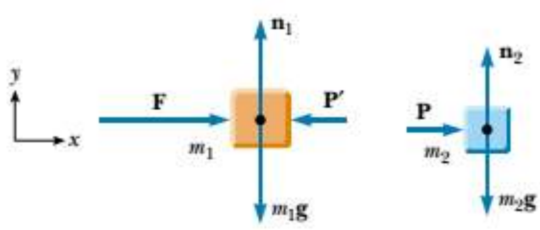
a) Determine la magnitud de la aceleración de los dos bloques.
b) Determine la magnitud de la fuerza de contacto entre los dos bloques

Realicemos los pasos (1) y (2) de nuestro procedimiento de trabajo, así representando el problema tenemos,



(a)

Ahora seleccionamos nuestro marco de referencia, elegimos un sistema de coordenadas conveniente y Hacemos los un diagramas del cuerpo libre, para cada cuerpo, todo esto se resume en la figura abajo.



(b) (c)

a) Ambos bloques tiene la misma aceleración porque están en contacto mientras se mueven como muestra la figura (a), así que aplicando la segunda ley de Newton tenemos,

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = (\mathrm{m}_1 + m_2)\, a_x$$

Entonces

$$a_x = \frac{F}{(m_1+m_2)} \qquad (1)$$

b) La fuerza de contacto la hemos denotado **P** y si analizamos cada bloque separadamente vemos en el diagrama de cuerpo libre del cuerpo de masa m_2, sólo actúa la fuerza ejercida por m_1, que es la fuerza de contacto **P**, aplicando la segunda ley de newton tenemos:

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = \mathbf{P} = m_2 a_x \qquad (2)$$

Sustituyendo el valor que nos da la ecuación (1) para la aceleración obtenemos el valor de la fuerza de contacto

$$\mathbf{P} = m_2 \frac{F}{(m_1+m_2)} \qquad (3)$$

El resultado nos muestra que la fuerza de contacto **P** que ejerce m_1, sobre m_2, es menor que la fuerza aplicada **F**, esto es razonable pues la fuerza necesaria para acelerar al cuerpo m_2 es menor que la requerida para acelerar al cuerpo de masa m_1, ya que $m_1 > m_2$.

Pudimos haber resuelto el problema utilizando el diagrama de cuerpo libre del cuerpo de masa m_1, así obtendríamos:

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = \mathbf{F} - \mathbf{P}' = m_1 a_x$$

$|\mathbf{P}'| = |\boldsymbol{P}|$, entonces,

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{x}} = \mathrm{F} - \mathrm{P} = m_1 a_x$$

Sustituyendo el valor de a_x, tenemos

$$P = F - m_1 \frac{F}{(m_1 + m_2)} = F\left\{1 - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)\right\} = F\left(\frac{m_1 + m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) = F\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

De acuerdo con el resultado en (3) y con la tercera ley de Newton.