**Energía Potencial – Principio de conservación de la Energía Mecánica**

Aprendimos que la energía cinética, es la energía asociada con el movimiento de un objeto, ahora veremos otra forma de energía: la energía potencial, que es la energía asociada con la disposición de un sistema de objetos que ejercen fuerzas entre sí. Es decir, la energía asociada con las fuerzas que dependen de la posición o configuración de un objeto (u objetos) en relación con su entorno. La energía potencial se puede considerar como energía almacenada que puede convertirse en energía cinética.

La energía potencial se define en términos del trabajo hecho por una fuerza conservativa, al mover a una partícula desde un punto de referencia hasta la posición de interés, por ello el concepto sólo tiene sentido para fuerzas conservativas, y es igual a la disminución de la energía potencial entre las posiciones de interés.

$$-\Delta E_p(x) = W_c \qquad (1)$$

Si consideremos una fuerza conservativa aplicada en una sola dimensión $\vec{F}(x)$ y tomamos como punto de referencia $x_0$, entonces la energía potencial puede definirse como

$$E_p(x) = -\int_{x_0}^{x} F\,(x)dx + E_p(X_0) \qquad (2)$$

$$E_p(x) - E_p(X_0) = -W \qquad (3)$$

Es de hacer notar que la elección del punto de referencia es arbitrario, y se escoge por conveniencia.

De la ecuación (2) podemos deducir que

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dX} \qquad (4)$$

Lo que indica que la energía potencial es una función de la posición

**Fuerzas conservativas**

El concepto de energía potencial solo se puede utilizar cuando se trata de una clase especial de fuerzas llamadas fuerzas conservativas. Cuando solo actúan este tipo de fuerzas dentro de un sistema aislado, la energía cinética ganada o perdida por el sistema a medida que sus miembros cambian sus posiciones relativas se equilibra con una pérdida o ganancia igual de energía, a la que llamamos energía potencial. Este equilibrio de las dos formas de energía se conoce como el *principio de conservación de la energía mecánica*.

Una fuerza conservativa es una fuerza como la fuerza de gravedad o la de un resorte que "devuelve" el trabajo realizado en su contra. Una fuerza como la fricción no es conservativa. El sentido matemático más preciso de esta distinción proviene de considerar el trabajo involucrado en mover un objeto sobre un camino cerrado que termina donde comenzó.

Tanto el escalador como el hombre que mueve el mueble en la figura 1, trabajan contra fuerzas externas: la fuerza de gravedad para el escalador y la fuerza de fricción para quien empuja el mueble. La diferencia es esta: si el escalador se suelta, la fuerza gravitacional "devuelve" el trabajo que hizo para subir se manifiesta como energía cinética al bajar. Pero la fuerza de fricción no "devuelve" el trabajo a quien mueve el mueble; ese trabajo no se puede recuperar como energía cinética.

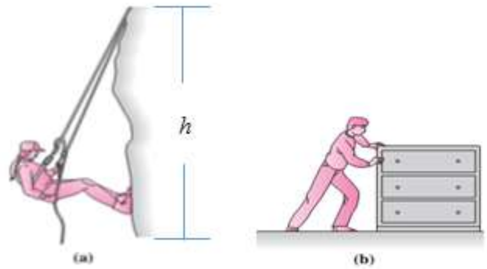



Figura 1 (a) Escalador sube por un acantilado de altura *h* (b) obrero empujando mueble una distancia L a través de una habitación

Suponga que nuestro escalador sube por un acantilado de altura *h* y luego desciende hasta su punto de partida. ¿Cuánto trabajo ha realizado sobre el la fuerza gravitacional? Esa fuerza tiene magnitud *mg* y apunta hacia abajo. A medida que asciende, la fuerza se dirige en sentido opuesto a su movimiento, por lo que la gravedad hace trabajo negativo, $W_g = -mgh$.

A medida que desciende, la fuerza está en la misma dirección que su movimiento, por lo que el trabajo gravitacional es positivo $W_g = mgh$. El trabajo total que realiza la gravedad sobre el escalador mientras atraviesa el camino cerrado que sube y baja por el acantilado es, por tanto, cero.

Ahora suponga que el obrero de la figura 1b empuja el mueble una distancia L a través de una habitación, descubre que es la habitación equivocada y empuja el mueble de nuevo hacia la puerta. Como el escalador, el cofre describe un camino cerrado. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de fricción que actúa sobre este camino? Con la fuerza de fricción $\mu mg$ opuesta al movimiento, el trabajo realizado cuando el mueble cruza el ancho L de la habitación es $W_f = -\mu mgL$. A medida que empuja el mueble de regreso, el trabajo también es $-\mu mgL$, así que el trabajo total realizado por la fuerza de fricción es $-2\mu mgL$.

La diferencia entre las respuestas para el trabajo realizado por la fuerza gravitacional y la de fricción al actuar sobre caminos cerrados proporciona una definición precisa de la distinción entre fuerzas conservativas y no conservativas:

*Cuando el trabajo total realizado por una fuerza F que actúa sobre un objeto que se mueve sobre cualquier trayectoria cerrada es cero, se dice que la fuerza es conservativa, no depende de la trayectoria tomada.*

El trabajo realizado por una fuerza conservativa al moverse entre dos puntos es independiente del camino tomado; matemáticamente, depende solo de los puntos finales A y B, no de la ruta entre ellos.

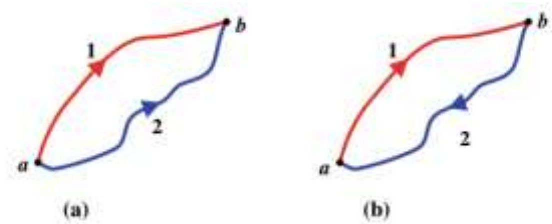
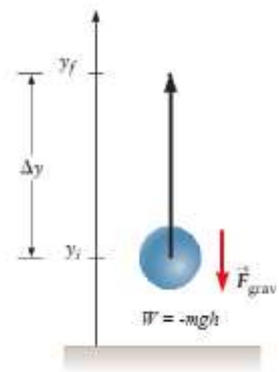



Figura 1 (a) Una fuerza conservativa que actúa sobre una partícula, puede seguir la trayectoria 1 o 2. (b) una fuerza actuando sobre una partícula en una trayectoria cerrada a lo largo de la trayectoria 1 y luego sigue la trayectoria 2 para regresar de nuevo a la posición *a*.

**Energía potencial Gravitacional**

Consideremos una partícula de masa m, que se mueve a lo largo del eje de las y, desde $y_i$ hasta $y_f$. Para encontrar el cambio en energía potencial del sistema partícula – tierra, utilizamos la ecuación (2)



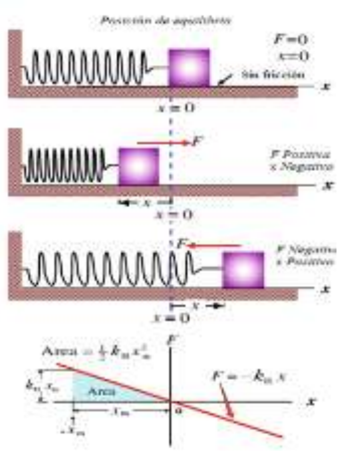

$$E_p(x) = -\int_{x_0}^{x} F\,(x)dx + E_p(X_0)$$

$$E_p(y_f) - E_p(y_i) = -\int_{y_i}^{y_f} -(mg)\,dy = mg\int_{y_i}^{y_f} dy$$

$$\Delta E_{p.gravitacional} = mg\big(y_f - y_i\big) = mg\Delta y \quad (5)$$

La energía potencial gravitacional asociada al sistema tierra-partícula depende sólo de la posición vertical de la partícula, es decir la altura de la partícula respecto a nuestro sistema de referencia donde hemos escogido $yi$=0

**Energía potencial Gravitacional**



Consideremos el sistema bloque resorte de la figura, con el bloque moviéndose desde $x_i$=0 hasta $x_f$ = x. utilizamos de nuevo la ecuación (2) pero ahora sustituyamos la fuerza elástica, que sabemos es F = - kx

$$E_p(x_f) - E_p(x_i) = -\int_{x_i}^{x_f} -(kx)\,dx = k\int_{x_i}^{x_f} xdx$$

$$E_{p.elástica} = k\int_{x_i}^{x_f} xdx = \frac{1}{2}kx^2\Big|_0^x = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_{p.elástica} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (6)$$

**Energía mecánica – Principio de conservación Energía mecánica**

Consideremos un sistema donde sólo fuerzas conservativas efectúan trabajo, es decir donde la energía se transforma de cinética a potencial, o viceversa. Nuestro sistema podría ser un objeto de masa m que oscila en el extremo de un resorte o que se mueve en el campo gravitacional terrestre.

De acuerdo con el principio trabajo-energía, el trabajo total efectuado sobre un objeto es igual al cambio de su en energía cinética:

$$W_{total} = \Delta E_c$$

Sabemos también que el trabajo hecho por una fuerza conservativa es igual a

$$-\Delta E_p(x) = W_c$$

Combinando estas dos ecuaciones tenemos

$$-\Delta E_p = \Delta E_c \quad (7)$$

$$\Delta E_c + \Delta E_p(x) = 0 \quad (8)$$

La suma de la energía cinética más la energía potencial de un sistema se conoce como *Energía mecánica total*. La ecuación (8) se conoce como el principio de conservación de la energía mecánica para fuerzas conservativas:

"*Si sólo fuerzas conservativas están efectuando trabajo, la energía mecánica total de un sistema ni aumenta ni disminuye en cualquier proceso. Permanece constante, es decir, se conserva"*

**La ley de la conservación de la energía**

Cuando en un sistema actúan fuerzas no conservativas, estas reducirán la energía mecánica. En este y en otros procesos naturales, la energía mecánica (suma de las energías cinética y potencial) no permanece constante sino que disminuye, pero no la energía total. Así cuando tenemos tanto fuerzas conservativas como no conservativas, la expresión para el trabajo viene dado como

$$W_{Total} = W_c + W_{nc} \quad (9)$$

Sustituyendo en función a nuestros resultados anteriores tenemos que

$$\Delta E_c = W_c + W_{nc} = -\Delta E_p + W_{nc}$$

$$\Delta E_c + \Delta E_p = W_{nc}$$

El trabajo hecho por fuerzas no conservativas siempre está asociado a una disminución de la energía mecánica,

Veamos esto considerando el movimiento de un bloque sobre una superficie rugosa. Cuando el bloque se desplaza una distancia $\Delta x$, la fuerza de roce $f_r$ hace trabajo sobre el bloque igual a,

$$W_{nc} = -f_r \cdot \Delta x \quad (10)$$

Así que la energía del bloque, que es nuestro sistema, no se conserva, disminuye y esa energía disipada se manifiesta en forma de calor, que es transferido al bloque y a la superficie.

Si consideramos que nuestro sistema está constituido por el bloque y la superficie, tenemos un sistema aislado y la energía queda dentro de este, así que la energía se conserva. Para encontrar analíticamente este principio de conservación, observamos la disminución $\Delta E$ como la cantidad total de energía transferida como energía térmica al bloque y al piso.

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = W_{nc} = -f_r \cdot \Delta x \quad (11)$$

Si $\Delta E_{int}$ representa el cambio en la energía térmica (que es una energía interna) del sistema que consiste en el bloque y el piso, entonces obtenemos

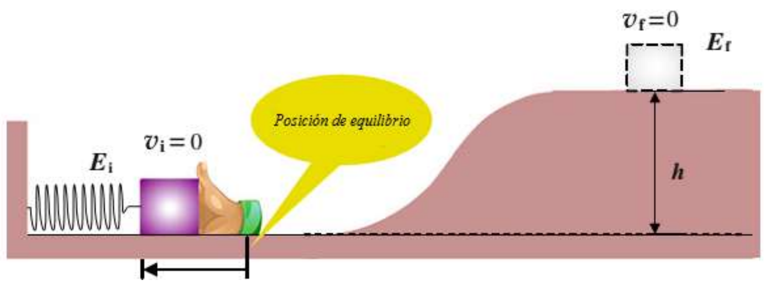
$$\Delta E_{interna} = -\Delta E$$

$$\Delta E + \Delta E_{interna} = 0 \quad (12)$$

Esta ecuación expresa el principio de conservación de la energía mecánica de un sistema aislado. Si el sistema no está aislado y las fuerzas externas aplicadas transfieren energía hacia o desde el sistema, entonces el trabajo realizado en el sistema por fuerzas externas será

$$W = \Delta E_{Total} = \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta E_{interna} \tag{13}$$

Ejemplo: Un bloque de masa m = 2 kg se coloca sobre una superficie horizontal rugosa contra un resorte comprimido con una constante de resorte de k = 2000 N / m. El resorte se comprime una distancia de $\Delta x$ = 20 cm, vea la figura. El bloque se suelta y luego se mueve hacia la derecha hasta que se detiene por completo después de subir a una pista irregular de altura h = 0,5 m. Encuentre el trabajo realizado por fricción.




Solución: la fuerza normal no hace trabajo sobre el bloque, ya que siempre es perpendicular a cada elemento de desplazamiento en las partes horizontal y curva de la pista. La fuerza elástica hace trabajo y transfiere energía al bloque. Inicialmente, tenemos $E_{ci} = 0$ y solo una energía potencial elástica, $E_{pi} = 1/2\ k\ x^2$. Al final tenemos $E_cf = 0$ y solo hay energía potencial gravitacional $E_{pg} = m\ g\ h$. En presencia de una fuerza de fricción no conservadora, Wnc = 0, la energía mecánica no se conserva. Luego usamos la ecuación. (11) para encontrar el trabajo realizado por fricción de la siguiente manera:

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = W_{nc}$$

$$\left(E_{cf} - E_{ci}\right) + \left(E_{pf} - E_{pi}\right) = W_{nc}$$

Agrupamos términos y tenemos

$$Wnc = \left(E_{cf} + E_{pf}\right) - \left(E_{ci} + E_{pi}\right)$$

Nos queda entonces

$$Wnc = (0 + mgh) - \left(0 + \frac{1}{2}k\Delta x^2\right)$$

Sustituyendo y calculando nos queda

$$Wnc = mgh - \frac{1}{2}k\Delta x^2 = -30{,}2\ J$$