

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

PROBLEMAS PL (Dos variables)

Fuente: Teo Coronado.

<https://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/29/nivel1.html>

UM: Unidades monetarias

1. Un estudiante dedica parte de su tiempo al reparto de propaganda publicitaria. La empresa A le paga 5 u.m. por cada impreso repartido y la empresa B, con folletos más grandes, le paga 7 u.m. por impreso. El estudiante lleva dos bolsas: una para los impresos A, en la que caben 120, y otra para los impresos B, en la que caben 100. Ha calculado que cada día es capaz de repartir 150 impresos como máximo. Lo que se pregunta el estudiante es: ¿cuántos impresos habrá de repartir de cada clase para que su beneficio diario sea máximo?

2. En una fábrica de bombillas se producen dos tipos de ellas, las de tipo normal valen 450 u.m y las halógenas 600 u.m. La producción está limitada por el hecho de que no pueden fabricarse al día más de 400 normales y 300 halógenas ni más de 500 en total. Si se vende en toda la producción, ¿cuántas de cada clase convendrá producir para obtener la máxima facturación?

3. Una compañía aérea tiene dos aviones A y B para cubrir un determinado trayecto. El avión A debe hacer más veces el trayecto que el avión B pero no puede sobrepasar 120 viajes. Entre los dos aviones deben hacer más de 60 vuelos pero no menos de 200. En cada vuelo A consume 900 litros de combustible y B 700 litros. En cada viaje del avión A la empresa gana 300000 u.m. y 200000 por cada viaje del B ¿Cuántos vuelos debe hacer cada avión para que el consumo de combustible sea mínimo?

4. Una fábrica de carrocerías de automóviles y camiones tiene dos naves. En la nave A, para hacer la carrocería de un camión, se invierten 7 días-operario, para fabricar la de un coche se precisan 2 días-operario. En la nave B se invierten tres días operario tanto en carrocerías de camión como de coche. Por limitaciones de mano de obra y maquinaria, la nave A dispone de 300 días operario, y la nave B de 270 días-operario. Si los beneficios que se obtienen por cada camión son de 6 millones de u.m. y por cada automóvil 2 millones de u.m., ¿cuántas unidades de cada uno se deben producir para maximizar las ganancias?

5. Un pastelero tiene 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 27,5 kg de mantequilla para hacer dos tipos de pasteles P y Q. Para hacer una docena de pasteles de tipo P necesita 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 de mantequilla y para hacer una docena de tipo Q necesita 6 kg de harina, 0,5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. El beneficio que obtiene por una docena de tipo P es 20 u.m. y por una docena de tipo Q es 30 u.m. Halla, utilizando las técnicas de programación lineal, el número de docenas que tiene que hacer de cada clase para que el beneficio sea máximo.

6. Una compañía fabrica dos modelos de sombrero: Bae y Viz. La fabricación de los sombreros se realiza en las secciones de moldeado, pintura y montaje. La fabricación de cada modelo Bae requiere 2 horas de moldeado, 3 de pintura

y una de montaje. La fabricación del modelo Viz requiere tres horas de moldeado, 2 de pintura y una de montaje. Las secciones de moldeado y pintura disponen, cada una, de un máximo de 1.500 horas cada mes, y la de montaje de 600. Si el modelo Bae se vende a 10.000 u.m. y el modelo Viz a 12.000 u.m., ¿qué cantidad de sombreros de cada tipo ha de fabricar para maximizar el beneficio mensual?

7. Una persona tiene 500.000 u.m para invertir en dos tipos de acciones A y B. El tipo A tiene bastante riesgo con un interés anual del 10% y el tipo B es bastante seguro con un interés anual del 7%. Decide invertir como máximo 300.000 u.m. en A y como mínimo 100.000 u.m. en B, e invertir en A por lo menos tanto como en B. ¿Cómo deberá invertir sus 500.000 pesetas u.m. para maximizar sus intereses anuales?

8. Un hipermercado necesita como mínimo 16 cajas de langostino, 5 cajas de nécoras y 20 de percebes. Dos mayoristas, A y B, se ofrecen al hipermercado para satisfacer sus necesidades, pero sólo venden dicho marisco en contenedores completos. El mayorista A envía en cada contenedor 8 cajas de camarones, 1 de mejillones y 2 de pepitonas. Por su parte, B envía en cada contenedor 2, 1 y 7 cajas respectivamente. Cada contenedor que suministra A cuesta 210.000 u.m., mientras que los del mayorista B cuestan 300.000 u.m. cada uno. ¿Cuántos contenedores debe pedir el hipermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades mínimas con el menor coste posible?

9. Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos; por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 20 electricistas y 30 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es 25.000 u.m. por electricista y 20.000 por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio?

10. Una empresa fabrica dos tipos de colonia: A y B. La primera contiene un 15% de extracto de jazmín, un 20% de alcohol y el resto es agua y la segunda lleva un 30% de extracto de jazmín, un 15% de alcohol y el resto es agua. Diariamente se dispone de 60 litros de extracto de jazmín y de 50 litros de alcohol. Cada día se pueden producir como máximo 150 litros de la colonia B. El precio de venta por litro de la colonia A es de 500 u.m. y el de la colonia B es 2.000 u.m. Hallar los litros de cada tipo que deben producirse diariamente para que el beneficio sea máximo.

11. Los 400 alumnos de un colegio van a ir de excursión. Para ello se contrata el viaje a una empresa que dispone de 8 autobuses con 40 plazas y 10 con 50 plazas, pero sólo de 9 conductores para ese día. Dada la diferente capacidad y calidad, el alquiler de cada autobús de los grandes cuesta 8000 u.m. y el de cada uno de los pequeños, 6000 u.m. ¿Cuántos autobuses de cada clase convendrá alquilar para que el viaje resulte lo más económico posible?

12. La empresa TUTI fabrica helados A y B, hasta un máximo diario de 1000 kg. La fabricación de un kg de A cuesta 180 u.m., y uno de B, 150. Calcule cuántos kg de A y B deben fabricarse, sabiendo que la casa dispone de 270000 u.m./día y que un kg de A deja un margen igual al 90% del que deja uno de B.

13. Se desea obtener tres elementos químicos a partir de las sustancias A y B. Un kilo de A contiene 8 gramos del primer elemento, 1 gramo del segundo y 2 del tercero; un kilo de B tiene 4 gramos del primer elemento, 1 gramo del segundo y 2 del tercero. Si se desea obtener al menos 16 gramos del primer elemento y las cantidades del segundo y del tercero han de ser como mucho 5 y 20 gramos respectivamente y la cantidad de A es como mucho el doble que la de B, calcule los kilos de A y los de B que han de tomarse para que el coste sea mínimo si un kilo de A vale 200 u.m. y uno de B 1000 u.m.

14. Un carpintero tiene que construir mesas rectangulares cuyas dimensiones no sobrepasen 2 metros y tales que la suma de su dimensión mayor y el doble de la menor no sobrepase 4 metros. ¿Cuál es el máximo valor del perímetro de dichas mesas?

Otras fuentes: <https://www.superprof.es/>

15. La empresa Cervecería Caracas fabrica dos tipos de cerveza, una lager y una pilsen, para lo cual necesita disponer de malta, lúpulo y levadura. Cada metro cúbico de lager requiere 50 kg de malta, 20 de lúpulo y 2 de levadura. Cada metro cúbico de pilsen necesita 60 kg de malta, 25 de lúpulo y 2 de levadura. El beneficio que obtiene la empresa con cada metro cúbico de lager es de 140 u.m., mientras que con cada metro cúbico de pilsen obtiene 150 u.m. Cervecería Caracas dispone de una tonelada de malta por semana, 250 kg de lúpulo y 22 kg de levadura también por semana. Requiere saber la cantidad a fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio.

16. Una compañía tiene dos grados de inspectores 1 y 2, que son asignados al control de calidad. Se requiere inspeccionar al menos 1800 piezas por día (8 horas). El inspector de grado 1 chequea piezas a velocidad de 25 piezas por hora con una exactitud del 98%. Los de grado 2 chequean a velocidad de 15 piezas por hora con una exactitud del 95%. El salario del inspector de grado 1 es de 4 u.m/hora, y el de grado 2 de 3u.m/hora. Cada vez que se produce un error, el coste a la compañía es de 2 u.m. La compañía tiene 8 inspectores de grado 1 y 10 de grado 2. Determinar la asignación óptima de inspectores que minimicen el coste total de inspección.

17. Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 100 horas al mes y para la máquina 80 horas al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 y 10 euros para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

18. Con el comienzo del curso se va a lanzar unas ofertas de material escolar. Unos almacenes quieren ofrecer 600 cuadernos, 500 carpetas y 400 bolígrafos para la oferta, empaquetándolo de dos formas distintas; en el primer bloque pondrá 2 cuadernos, 1 carpeta y 2 bolígrafos; en el segundo, pondrán 3 cuadernos, 1 carpeta y 1 bolígrafo. Los precios de cada paquete serán 6.5 y 7 u.m, respectivamente. ¿Cuántos paquetes le conviene poner de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

19. Se dispone de 600 g de un determinado fármaco para elaborar pastillas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 g y las pequeñas 30 g. Se

necesitan al menos tres pastillas grandes, y al menos el doble de pequeñas que de las grandes. Cada pastilla grande proporciona un beneficio de 2 u.m y la pequeña de 1 u.m. ¿Cuántas pastillas se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo?

20. Unos grandes almacenes desean liquidar 200 camisas y 100 pantalones de la temporada anterior. Para ello lanzan, dos ofertas, combos A y B. La oferta de combo A consiste en una camisa y un pantalón, que se venden a 30 u.m; la oferta de combo B consiste en tres camisas y un pantalón, que se vende a 50 u.m. No se desea ofrecer menos de 20 combos A ni menos de 10 de combos B. ¿Cuántos combos ha de vender de cada tipo para maximizar la ganancia?

21. Una empresa fabrica dos tipos de productos, A y B. Para su elaboración se requieren dos máquinas, M1 y M2. El artículo A necesita 2 horas de trabajo de la máquina M1 y 1.5 horas de la máquina M2. El artículo B, 1.5 horas, y 1 hora, respectivamente. Cada máquina está funcionando, a lo sumo, 40 horas semanales. Por cada unidad del artículo A se obtiene un beneficio de 250 UM, mientras que por cada unidad del artículo B es de 150 UM. ¿Cuántas unidades de A y cuántas de B deben fabricarse semanalmente para obtener un beneficio máximo?

22. Una panadería es famosa por sus dos especialidades de tortas: Torta Imperial y torta de limón. La torta imperial requiere para su elaboración $\frac{1}{2}$ KG de azúcar y 8 huevos y tiene un precio de venta de 8 UM. La torta de limón necesita 1 KG de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 10 UM. En el almacén les quedaban 10 KG de azúcar y 120 huevos. ¿Cuántas tortas de cada especialidad deben producirse para obtener el ingreso máximo por ventas?

23. Un orfebre de El Callao fabrica dos tipos de joyas. La joya del tipo Aro se realiza con 1 g de oro y 1,5 g de plata y se vende a 25 UM. La del tipo Dije se vende a 30 UM y requiere 1,5 g de oro y 1 g de plata. Si sólo dispone de 700 g de cada metal ¿Cuántas joyas de cada tipo ha de fabricar para obtener beneficios máximos?

24. Un ganadero debe suministrar un mínimo diario de 4 mg de vitamina A y 6 mg de vitamina B en el pasto con que alimenta a sus reses. Dispone para ello de dos tipos de pasto, P1 y P2 cuyos contenidos vitamínicos se especifican en la tabla:

	A	B
P ₁	2	6
P ₂	4	3

Si el KG de pasto P1 vale 0,4 UM y el de pasto P2 vale 0,6 UM ¿Cómo deben mezclarse los pastos para suministrar las vitaminas requeridas a un costo mínimo?

25. Un taller de costura hace chaquetas y pantalones para niños. Para hacer una chaqueta se necesitan 1m de tela y 2 botones; y para hacer unos pantalones, hacen falta 2 m de tela, 1 botón y un cierre. El taller dispone de 500

m de tela, 400 botones y 225 cierres. El beneficio que se obtiene por la venta de una chaqueta es de 20 UM y de los pantalones es de 30 UM.

Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de chaquetas y de pantalones a confeccionar para que el beneficio sea máximo.

26. Un pintor necesita pintura para pintar, como mínimo, una superficie de 480 m². Puede comprar la pintura a dos proveedores, A y B. El proveedor A le ofrece una pintura con un rendimiento de 6 m² por KG y un precio de 1 UM por KG. La pintura del proveedor B tiene un precio de 1,2 UM por KG y un rendimiento de 8 m² por KG. Ningún proveedor le puede suministrar más de 75 KG y el presupuesto máximo del pintor es de 120 UM. ¿Cuánta pintura debe comprar el pintor a cada proveedor para que el coste sea mínimo?

27. Una empresa ensambladora de productos de comunicación debe programar su producción semanal. Debido a problemas de liquidez, le interesa minimizar sus costos semanales, ya que le pagan la producción 20 días después de entregada. Actualmente está armando dos artículos diferentes, el T14 y el B2; ambos artículos deben ser armados y probados por personal especializado. La empresa compradora requiere no menos de 100 aparatos semanales; del modelo B2 debe entregar no menos que la cuarta parte de los que entregue del T14, pero en ningún caso deben superar en más de 150 al número de equipos T14. En el cuadro se indica el tiempo que requieren los especialistas para armar y probar cada equipo, expresado en minutos, así como la disponibilidad de tiempo.

Equipos	T14	B2	Disponibilidad
Armados	10 min	12 min	55 h
Pruebas	30 min	6 min	100 h
Costos	UM 100	UM 60	

28. Un municipio dispone de un presupuesto de UM 480 millones para ampliar su servicio de drenaje y agua potable. Dispone también de 16 mil horas hombre para la realización del trabajo. La ampliación de cada kilómetro de la red de drenaje requiere de 200 horas y cuesta UM 5 millones, mientras que para hacer un kilómetro de la red de agua potable se necesitan 150 horas y UM 6 millones. Formule un modelo de PL que maximice el beneficio social. Se requiere satisfacer inmediatamente las necesidades apremiantes: 10 km de la red de agua potable y 15 km de drenaje, que se destruyeron por una inundación.

Si bien es cierto que para medir el beneficio social se utilizan criterios discutibles, el municipio ha estimado que dicho beneficio será de UM 8 millones por cada kilómetro de drenaje y de UM 10 millones por kilómetro de red de agua potable construida. ¿Cuántos kilómetros de cada servicio debe construir el municipio para maximizar el beneficio social?

29. Un agricultor desea maximizar su utilidad y debe decidir cómo sembrar; los cultivos posibles son maíz y frijol. Cuenta con 200 ha y sabe que el rendimiento del maíz es de 5 t/ha, mientras que el frijol le da 2 t/ha. Para consumo de su granja necesita al menos 100 toneladas de maíz. Cuenta con 1000 horas de trabajo; cada hectárea de maíz requiere 8 horas y cada hectárea de frijol

requiere 4 horas. El precio de venta del maíz es de 1000 UM/t, y el de frijol es de 2 000 UM/t. Plantee el problema como un modelo de PL, si se pretende maximizar el ingreso.

30. Se desea maximizar el beneficio social en un hospital que brinda dos servicios: consulta externa (CE) y hospitalización (H). Se estima que cada consulta externa representa un beneficio social de UM 800, y cada hospitalización, UM 10000 en promedio. Para brindar estos servicios se utiliza el personal médico y los servicios de apoyo, como enfermería, laboratorio y recursos financieros. En el siguiente cuadro se indican los recursos necesarios para brindar una acción de consulta externa o de hospitalización:

Acción	Médico	Servicios	Costo
CE	0.5 hrs	0.2 hrs	UM 500
H	2.0 hrs	0.5 hrs	UM 12000

El hospital cuenta con 400 horas del personal médico, 150 horas de servicios y UM 2000000 semanales. a) Determine qué cantidades de consultas externas y hospitalizaciones deben realizarse para maximizar el beneficio social.