



A. Operaciones básicas con matrices

1. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 18 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 19 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB Solución:

$$AB = \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 4 & 4 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ Solución:

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 20 \\ 11 & 4 & 20 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ Solución:

$$(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 102 & 31 & 13 \\ 14 & 28 & 6 \\ 30 & 91 & 23 \end{pmatrix}$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ Solución:

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC Solución:

$$AC = \begin{pmatrix} 94 & 40 & 22 \\ 16 & 27 & 8 \\ 48 & 75 & 40 \end{pmatrix}$$

f) CA

Solución:

$$CA = \begin{pmatrix} 94 & 50 & 14 \\ 23 & 44 & 7 \\ 39 & 76 & 23 \end{pmatrix}$$

g) $(A + C)^2$
Solución: $(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 19 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 3 & 37 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 379 & 183 & 75 \\ 81 & 145 & 33 \\ 177 & 305 & 129 \end{pmatrix}$

h) $A^2 + 2AC + C^2$

Solución: $A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 379 & 173 & 83 \\ 74 & 128 & 34 \\ 186 & 304 & 146 \end{pmatrix}$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 379 & 183 & 75 \\ 81 & 145 & 33 \\ 177 & 305 & 129 \end{pmatrix}$$

2. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 16 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 2 & 17 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:** $AB = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 7 \\ 18 & 19 \end{pmatrix}$

b) $B^t A^t$ **Solución:** $B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 18 \\ 11 & 7 & 19 \end{pmatrix}$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:** $(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 83 & 28 & 13 \\ 14 & 42 & 11 \\ 27 & 81 & 37 \end{pmatrix}$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:** $AC = \begin{pmatrix} 76 & 36 & 21 \\ 17 & 42 & 12 \\ 43 & 67 & 52 \end{pmatrix}$

f) CA **Solución:** $CA = \begin{pmatrix} 76 & 45 & 15 \\ 22 & 56 & 11 \\ 35 & 68 & 38 \end{pmatrix}$

g) $(A + C)^2$ **Solución:** $(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 17 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 5 \\ 3 & 33 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 307 & 165 & 75 \\ 81 & 199 & 49 \\ 159 & 273 & 183 \end{pmatrix}$

h) $A^2 + 2AC + C^2$ **Solución:** $A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 307 & 156 & 81 \\ 76 & 185 & 50 \\ 167 & 272 & 197 \end{pmatrix}$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 307 & 165 & 75 \\ 81 & 199 & 49 \\ 159 & 273 & 183 \end{pmatrix}$$

3. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 14 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 15 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:** $AB = \begin{pmatrix} 9 & 11 \\ 6 & 12 \\ 16 & 18 \end{pmatrix}$

b) $B^t A^t$ **Solución:** $B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 16 \\ 11 & 12 & 18 \end{pmatrix}$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:** $(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 66 & 25 & 13 \\ 14 & 52 & 16 \\ 24 & 71 & 47 \end{pmatrix},$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:** $AC = \begin{pmatrix} 60 & 32 & 20 \\ 18 & 53 & 16 \\ 38 & 59 & 60 \end{pmatrix}$

f) CA
Solución: $CA = \begin{pmatrix} 60 & 40 & 16 \\ 21 & 64 & 15 \\ 31 & 60 & 49 \end{pmatrix}$

g) $(A + C)^2$
Solución: $(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 3 & 29 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 243 & 147 & 75 \\ 81 & 237 & 65 \\ 141 & 241 & 221 \end{pmatrix}$

h) $A^2 + 2AC + C^2$
Solución: $A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 243 & 139 & 79 \\ 78 & 226 & 66 \\ 148 & 240 & 232 \end{pmatrix}$

i) $A^2 + AC + CA + C^2$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 243 & 147 & 75 \\ 81 & 237 & 65 \\ 141 & 241 & 221 \end{pmatrix}$$

4. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 12 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \\ 3 & 13 & 2 \end{pmatrix}$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:** $AB = \begin{pmatrix} 17 & 14 \\ 14 & 25 \\ 29 & 30 \end{pmatrix}$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 17 & 14 & 29 \\ 14 & 25 & 30 \end{pmatrix}$$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:** $(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 53 & 36 & 17 \\ 20 & 75 & 29 \\ 30 & 88 & 54 \end{pmatrix}$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:** $AC = \begin{pmatrix} 49 & 41 & 24 \\ 27 & 75 & 30 \\ 41 & 79 & 66 \end{pmatrix}$

f) CA **Solución:** $CA = \begin{pmatrix} 49 & 50 & 21 \\ 27 & 84 & 27 \\ 35 & 82 & 57 \end{pmatrix}$

g) $(A + C)^2$ **Solución:** $(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 13 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 9 \\ 5 & 25 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 199 & 185 & 93 \\ 111 & 321 & 117 \\ 155 & 325 & 249 \end{pmatrix}$

h) $A^2 + 2AC + C^2$ **Solución:** $A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 199 & 176 & 96 \\ 111 & 312 & 120 \\ 161 & 322 & 258 \end{pmatrix}$

5. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 10 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 11 & 2 \end{pmatrix}$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

a) AB **Solución:** $AB = \begin{pmatrix} 15 & 14 \\ 15 & 34 \\ 25 & 27 \end{pmatrix}$

b) $B^t A^t$ **Solución:** $B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 15 & 15 & 25 \\ 14 & 34 & 27 \end{pmatrix}$

c) $(A + I_3)^2$ **Solución:** $(A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 40 & 32 & 18 \\ 21 & 77 & 36 \\ 26 & 74 & 56 \end{pmatrix}$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

e) AC **Solución:** $AC = \begin{pmatrix} 37 & 36 & 24 \\ 29 & 78 & 36 \\ 35 & 67 & 66 \end{pmatrix}$

f) CA **Solución:** $CA = \begin{pmatrix} 37 & 44 & 23 \\ 27 & 84 & 33 \\ 30 & 70 & 60 \end{pmatrix}$

g) $(A + C)^2$ **Solución:** $(A + C)^2 = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 11 \\ 5 & 21 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 151 & 163 & 97 \\ 115 & 327 & 141 \\ 133 & 277 & 255 \end{pmatrix}$

h) $A^2 + 2AC + C^2$ **Solución:** $A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 151 & 155 & 98 \\ 117 & 321 & 144 \\ 138 & 274 & 261 \end{pmatrix}$

$$i) A^2 + AC + CA + C^2$$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 151 & 163 & 97 \\ 115 & 327 & 141 \\ 133 & 277 & 255 \end{pmatrix}$$

6. Dadas las matrices siguientes

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \\ 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

se pide calcular las siguientes operaciones:

$$a) AB \quad \textbf{Solución:} \quad AB = \begin{pmatrix} 13 & 14 \\ 16 & 45 \\ 21 & 24 \end{pmatrix}$$

b) $B^t A^t$ **Solución:**

$$B^t A^t = (AB)^t = \begin{pmatrix} 13 & 16 & 21 \\ 14 & 45 & 24 \end{pmatrix}$$

$$c) (A + I_3)^2 \quad \textbf{Solución:} \quad (A + I_3)^2 = \begin{pmatrix} 29 & 28 & 19 \\ 22 & 75 & 43 \\ 22 & 60 & 54 \end{pmatrix}$$

d) $A^2 + 2A + I_3$ **Solución:**

Como $AI_3 = I_3A = A$ se puede utilizar el binomio de Newton y el resultado será entonces la matriz del apartado anterior.

$$e) AC \quad \textbf{Solución:} \quad AC = \begin{pmatrix} 27 & 31 & 24 \\ 31 & 77 & 42 \\ 29 & 55 & 62 \end{pmatrix}$$

$$f) CA \quad \textbf{Solución:} \quad CA = \begin{pmatrix} 27 & 38 & 25 \\ 27 & 80 & 39 \\ 25 & 58 & 59 \end{pmatrix}$$

$$g) (A + C)^2 \quad \textbf{Solución:} \quad (A + C)^2 = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 3 \\ 3 & 9 & 13 \\ 5 & 17 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 111 & 141 & 101 \\ 119 & 317 & 165 \\ 111 & 229 & 245 \end{pmatrix}$$

$$h) A^2 + 2AC + C^2 \quad \textbf{Solución:} \quad A^2 + 2AC + C^2 = \begin{pmatrix} 111 & 134 & 100 \\ 123 & 314 & 168 \\ 115 & 226 & 248 \end{pmatrix}$$

$$i) A^2 + AC + CA + C^2$$

Solución:

Como $(A + C)^2 = (A + C)(A + C) = A^2 + AC + CA + C^2$, entonces:

$$A^2 + AC + CA + C^2 = \begin{pmatrix} 111 & 141 & 101 \\ 119 & 317 & 165 \\ 111 & 229 & 245 \end{pmatrix}$$

B. Cálculo de determinantes

7. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 18 & 5 & 7 & 8 \\ 18 & 3 & 4 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 9 & 2 & 2 \\ 27 & 7 & 7 \\ 18 & 5 & 4 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 9 & 2 & 2 \\ 28 & 8 & 8 \\ 18 & 5 & 4 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 19 & 5 & 7 & 8 \\ 18 & 4 & 4 & 4 \\ 9 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 9, (b) \quad -9, (c) \quad -16 (d) \quad -46$$

8. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 16 & 5 & 7 & 10 \\ 16 & 3 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 3 \\ 24 & 7 & 11 \\ 16 & 5 & 6 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 3 \\ 25 & 8 & 12 \\ 16 & 5 & 6 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 17 & 5 & 7 & 10 \\ 16 & 4 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 8, (b) \quad -16, (c) \quad -21 (d) \quad -53$$

9. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 14 & 5 & 7 & 12 \\ 14 & 3 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 21 & 7 & 15 \\ 14 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 22 & 8 & 16 \\ 14 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 15 & 5 & 7 & 12 \\ 14 & 4 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 7, (b) \quad -21, (c) \quad -24 (d) \quad -56$$

10. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 12 & 8 & 7 & 14 \\ 12 & 4 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 18 & 10 & 19 \\ 12 & 7 & 10 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 5 \\ 19 & 11 & 20 \\ 12 & 7 & 10 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 13 & 8 & 7 & 14 \\ 12 & 5 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 12, (b) \quad -24, (c) \quad -25 (d) \quad -90$$

11. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 10 & 8 & 7 & 16 \\ 10 & 4 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 8 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 15 & 10 & 23 \\ 10 & 7 & 12 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 16 & 11 & 24 \\ 10 & 7 & 12 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 11 & 8 & 7 & 16 \\ 10 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 10, (b) \quad -25, (c) \quad -24 (d) \quad -84$$

12. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 8 & 8 & 7 & 18 \\ 8 & 4 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 9 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 12 & 10 & 27 \\ 8 & 7 & 14 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 13 & 11 & 28 \\ 8 & 7 & 14 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 & 18 \\ 8 & 5 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 8, (b) \quad -24, (c) \quad -21 (d) \quad -72$$

13. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 8 & 7 & 20 \\ 6 & 4 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 9 & 10 & 31 \\ 6 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 10 & 11 & 32 \\ 6 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 7 & 8 & 7 & 20 \\ 6 & 5 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 6, (b) \quad -21, (c) \quad -16 (d) \quad -54$$

14. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 7 & 22 \\ 4 & 4 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 11 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 6 & 10 & 35 \\ 4 & 7 & 18 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 7 & 11 & 36 \\ 4 & 7 & 18 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 7 & 22 \\ 4 & 5 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 11 \end{vmatrix}$$

Solución:

(a) 4, (b) -16, (c) -9 (d) -30

15. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 7 & 24 \\ 2 & 4 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 3 & 10 & 39 \\ 2 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 10 \\ 4 & 11 & 40 \\ 2 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 3 & 8 & 7 & 24 \\ 2 & 5 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}$$

Solución:

(a) 2, (b) -9, (c) 0 (d) 0

16. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 18 & 5 & 9 & 8 \\ 18 & 3 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 27 & 11 & 7 \\ 18 & 8 & 4 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 9 & 3 & 2 \\ 28 & 12 & 8 \\ 18 & 8 & 4 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 19 & 5 & 9 & 8 \\ 18 & 4 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

Solución:

(a) 18, (b) -18, (c) -32 (d) -39

17. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 16 & 5 & 7 & 11 \\ 16 & 3 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 24 & 7 & 14 \\ 16 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 25 & 8 & 15 \\ 16 & 5 & 8 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 17 & 5 & 7 & 11 \\ 16 & 4 & 4 & 5 \\ 8 & 1 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

Solución:

(a) 16, (b) -16, (c) -20 (d) -81

18. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 14 & 5 & 7 & 14 \\ 14 & 3 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 21 & 7 & 21 \\ 14 & 5 & 12 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 22 & 8 & 22 \\ 14 & 5 & 12 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 15 & 5 & 7 & 14 \\ 14 & 4 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución:

(a) 21, (b) -21, (c) -22 (d) -104

19. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 12 & 8 & 7 & 17 \\ 12 & 4 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 8 \\ 18 & 10 & 28 \\ 12 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 6 & 3 & 8 \\ 19 & 11 & 29 \\ 12 & 7 & 16 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 13 & 8 & 7 & 17 \\ 12 & 5 & 4 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 48, (b) \quad -24, (c) \quad -22 (d) \quad -180$$

20. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 10 & 8 & 7 & 20 \\ 10 & 4 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 10 \\ 15 & 10 & 35 \\ 10 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 5 & 3 & 10 \\ 16 & 11 & 36 \\ 10 & 7 & 20 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 11 & 8 & 7 & 20 \\ 10 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 12 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 50, (b) \quad -25, (c) \quad -20 (d) \quad -180$$

21. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 8 & 8 & 7 & 23 \\ 8 & 4 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 14 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 12 \\ 12 & 10 & 42 \\ 8 & 7 & 24 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 12 \\ 13 & 11 & 43 \\ 8 & 7 & 24 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 & 23 \\ 8 & 5 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 14 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 48, (b) \quad -24, (c) \quad -16 (d) \quad -162$$

22. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 8 & 7 & 26 \\ 6 & 4 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 16 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 14 \\ 9 & 10 & 49 \\ 6 & 7 & 28 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 14 \\ 10 & 11 & 50 \\ 6 & 7 & 28 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 7 & 8 & 7 & 26 \\ 6 & 5 & 4 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 16 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 42, (b) \quad -21, (c) \quad -10 (d) \quad -126$$

23. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 7 & 29 \\ 4 & 4 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 18 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 16 \\ 6 & 10 & 56 \\ 4 & 7 & 32 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 16 \\ 7 & 11 & 57 \\ 4 & 7 & 32 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 7 & 29 \\ 4 & 5 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 18 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 32, (b) \quad -16, (c) \quad -2 (d) \quad -72$$

24. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 7 & 32 \\ 2 & 4 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 20 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 18 \\ 3 & 10 & 63 \\ 2 & 7 & 36 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 18 \\ 4 & 11 & 64 \\ 2 & 7 & 36 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 3 & 8 & 7 & 32 \\ 2 & 5 & 4 & 12 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 20 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 18, (b) \quad -9, (c) \quad 8 \quad (d) \quad 0$$

25. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 18 & 8 & 9 & 8 \\ 18 & 4 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 4 & 4 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 27 & 14 & 7 \\ 18 & 10 & 4 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 9 & 4 & 2 \\ 28 & 15 & 8 \\ 18 & 10 & 4 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 19 & 8 & 9 & 8 \\ 18 & 5 & 5 & 4 \\ 9 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 36, (b) \quad -18, (c) \quad -32 \quad (d) \quad -56$$

26. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 16 & 8 & 9 & 11 \\ 16 & 4 & 5 & 5 \\ 8 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 24 & 14 & 14 \\ 16 & 10 & 8 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 25 & 15 & 15 \\ 16 & 10 & 8 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 17 & 8 & 9 & 11 \\ 16 & 5 & 5 & 5 \\ 8 & 1 & 2 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 64, (b) \quad -32, (c) \quad -40 \quad (d) \quad -105$$

27. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 14 & 8 & 9 & 14 \\ 14 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 4 & 8 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 21 & 14 & 21 \\ 14 & 10 & 12 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 22 & 15 & 22 \\ 14 & 10 & 12 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 15 & 8 & 9 & 14 \\ 14 & 5 & 5 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 84, (b) \quad -42, (c) \quad -44 \quad (d) \quad -138$$

28. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 12 & 8 & 9 & 17 \\ 12 & 4 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 4 & 10 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 18 & 14 & 28 \\ 12 & 10 & 16 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 19 & 15 & 29 \\ 12 & 10 & 16 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 13 & 8 & 9 & 17 \\ 12 & 5 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 4 & 10 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 96, (b) \quad -48, (c) \quad -44 \quad (d) \quad -155$$

29. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 10 & 8 & 9 & 20 \\ 10 & 4 & 5 & 8 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 12 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 10 \\ 15 & 14 & 35 \\ 10 & 10 & 20 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 10 \\ 16 & 15 & 36 \\ 10 & 10 & 20 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 11 & 8 & 9 & 20 \\ 10 & 5 & 5 & 8 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 12 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 100, (b) \quad -50, (c) \quad -40 (d) \quad -156$$

30. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 8 & 8 & 9 & 23 \\ 8 & 4 & 5 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & 14 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 12 \\ 12 & 14 & 42 \\ 8 & 10 & 24 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 12 \\ 13 & 15 & 43 \\ 8 & 10 & 24 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 9 & 8 & 9 & 23 \\ 8 & 5 & 5 & 9 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & 14 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 96, (b) \quad -48, (c) \quad -32 (d) \quad -141$$

31. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 6 & 8 & 9 & 26 \\ 6 & 4 & 5 & 10 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 16 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 14 \\ 9 & 14 & 49 \\ 6 & 10 & 28 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 14 \\ 10 & 15 & 50 \\ 6 & 10 & 28 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 & 26 \\ 6 & 5 & 5 & 10 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 16 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 84, (b) \quad -42, (c) \quad -20 (d) \quad -110$$

32. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 8 & 9 & 29 \\ 4 & 4 & 5 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 18 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 16 \\ 6 & 14 & 56 \\ 4 & 10 & 32 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 16 \\ 7 & 15 & 57 \\ 4 & 10 & 32 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 9 & 29 \\ 4 & 5 & 5 & 11 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 18 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 64, (b) \quad -32, (c) \quad -4 (d) \quad -63$$

33. Calcula los siguientes determinantes usando las propiedades de éstos:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 8 & 9 & 32 \\ 2 & 4 & 5 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 20 \end{vmatrix}, (b) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 18 \\ 3 & 14 & 63 \\ 2 & 10 & 36 \end{vmatrix}, (c) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 18 \\ 4 & 15 & 64 \\ 2 & 10 & 36 \end{vmatrix}, (d) \begin{vmatrix} 3 & 8 & 9 & 32 \\ 2 & 5 & 5 & 12 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 20 \end{vmatrix}$$

Solución:

$$(a) \quad 36, (b) \quad -18, (c) \quad 16 (d) \quad 0$$

34. Demuestra, usando las propiedades de los determinantes, que

$$\begin{vmatrix} 2a & 3b+2 & 2c+5 & 2e+d+5 \\ 2a & b+2 & 2c+3 & e+3 \\ a & 1 & 1 & 1 \\ a & b+1 & c+2 & d+e+2 \end{vmatrix} = abcd.$$

35. Demuestra, usando las propiedades de los determinantes, que

$$\begin{vmatrix} a & b+c & d+e \\ 3a & 3b+4c & 3d+4e \\ 2a & 2b+3c & 2d+2e \end{vmatrix} = -ace$$

C. Cálculo de la inversa de una matriz

36. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

37. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

38. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

39. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

40. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & -2 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

41. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 5 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -5 \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

42. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 6 & 9 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 6 & -1 & 0 & -3 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

43. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

44. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 11 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 0 & -4 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

45. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 7 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -9 \\ 3 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

46. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 13 \\ 1 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 0 & -5 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

47. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 6 & 2 & -11 \\ 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

48. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 6 & 15 \\ 1 & 2 & 5 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 9 & -1 & 0 & -6 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

49. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 9 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 8 & 2 & -13 \\ 5 & 1 & -7 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

50. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 2 & 3 & 6 & 17 \\ 1 & 2 & 5 & 10 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 10 & -1 & 0 & -7 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

51. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 10 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 10 & 2 & -15 \\ 6 & 1 & -8 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

52. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 3 & 6 & 19 \\ 1 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 10 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 11 & -1 & 0 & -8 \\ -5 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

53. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 11 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 12 & 2 & -17 \\ 7 & 1 & -9 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

54. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

55. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -5 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

56. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

57. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

58. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

59. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 7 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

60. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & -2 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

61. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

62. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 12 \\ 1 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 6 & -1 & 0 & -3 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

63. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 9 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -8 \\ 3 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

64. Calcula la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 14 \\ 1 & 2 & 5 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ y comprueba que es: $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 0 & -4 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

65. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 10 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y comprueba que el resultado es $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -10 \\ 4 & 1 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

66. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & c & d & f \\ 2 & 2c+1 & 2d+b & 2f+e \\ 1 & c+1 & d+b+1 & f+e+a \\ 1 & c & d & f+1 \end{pmatrix}$

y comprueba que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} f - ce - ad - d + abc + bc + 2c + 1 & d - bc - c & -(d - bc) & -(f - ce - ad + abc) \\ e - ab - b - 2 & b + 1 & -b & -(e - ab) \\ a + 1 & -1 & 1 & -a \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

67. Calcula la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & a & b \\ -2 & 2a+1 & c+2b \\ -1 & a & b+1 \end{pmatrix}$

y comprueba que el resultado es:

$$\begin{pmatrix} ac - b - 2a - 1 & a & -(ac - b) \\ c - 2 & 1 & -c \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones empleando método de cramer, método de Gauus-jordan o método de cofactores según convenga el caso

a) $2x + 3y - 8z = 1$
 $z - 2y + 3z = 4$
 $5z - 3y + z = 13$

b) $x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 2$
 $3x_1 + 2x_3 - 2x_4 = -8$
 $4x_2 - x_3 - x_4 = 1$
 $5x_1 + 3x_3 - x_4 = -3$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 + 8x_4 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 &= 1 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 &= 1 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 &= -1 \end{aligned}$$

$$\text{e)} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\text{f)} \quad \begin{cases} 2x_1 + y + 5z + w = 5 \\ x + y - 3z - 4w = 1 \\ 3x + 6y - 2z + w = 8 \\ 2x + 2y + 2z - 3w = 2 \end{cases}$$

$$\text{g)} \quad \begin{cases} -x + y + 2z + w = 4 \\ 2x + y + 3z + 3w = 2 \\ 3x - 3y - 2z + 3w = 3 \\ x - 2y + z - w = 5 \end{cases}$$

$$\text{h)} \quad \begin{cases} -27x_1 + 9x_2 + 3x_3 + x_4 = -112 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ 8x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 13 \end{cases}$$